Universität Kassel
Fachbereich 10/16
Peter Dräxler

Wintersemester 2014/15
Blatt 03
05.11.2014

Übungen zur Vorlesung Diskrete Strukturen II

Aufgaben 1) und 2) sind relevant für den Scheinerwerb.

Aufgabe 1. Auf $M := \{0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7\}$ betrachten wir die durch die folgende Verknüpfungstafel gegebene und mit $\otimes$ bezeichnete Verknüpfung:

$\otimes$	0	1	2	3	4	5	6	7
0	0	0	0	0	0	0	0	0
1	0	1	2	3	4	5	6	7
2	0	2	4	6	0	2	4	6
3	0	3	6	1	4	7	2	5
4	0	4	0	4	0	4	0	4
5	0	5	2	7	4	1	6	3
6	0	6	4	2	0	6	4	2
7	0	7	6	5	4	3	2	1

Wir nehmen als gegeben an, dass diese Verknüpfung assoziativ ist, so dass $(M, \otimes)$ zu einer Halbgruppe wird. Entscheiden Sie, ob diese Halbgruppe ein Monoid ist und bestimmen Sie gegebenenfalls, für welche $x \in M$ ein inverses Element existiert.

Aufgabe 2. Geben Sie alle 6 Elemente der symmetrischen Gruppe S_3 vom Grad 3 als Produkt elementfremder Zykel an und berechnen Sie die Verknüpfungstafel dieser Gruppe.

Aufgabe 3. Geben Sie alle Elemente der symmetrischen Gruppe S_4 vom Grad 4 als Produkt elementfremder Zykel an.

Aufgabe 4. Auf der Menge $\mathbf{N} \times \mathbf{N}$ definieren wir eine Relation $\sim$ durch $(x, y) \sim (x', y') :\Longleftrightarrow\ x - y = x' - y'$.

a) Zeigen, Sie dass $\sim$ eine Äquivalenzrelation ist.

b) Auf $\mathbf{N} \times \mathbf{N}/\sim$ definieren wir eine Verknüpfung $\oplus$ durch $[(x, y)] \oplus [(x', y')] := [(x + x', y + y')]$. Beweisen Sie, dass $(\mathbf{N} \times \mathbf{N}/\sim, \oplus)$ eine abelsche Gruppe ist.

c) Zu welcher Ihnen bekannten Gruppe könnte diese Gruppe isomorph sein?

Abgabe: Die Lösungen müssen am Mittwoch, 12.11.2014 spätestens bis 08:15 Uhr abgegeben werden.