Universität Kassel
Fachbereich 10/16
Peter Dräxler

Wintersemester 2013/14
Blatt 07
03.12.2014

Übungen zur Vorlesung Diskrete Strukturen II

Aufgaben 1) und 2) sind relevant für den Scheinerwerb.

Aufgabe 1. Ergänzen Sie durch Zahlen im Bereich $\{0, 1, \cdots, 10\}$.

a) $1012023 \cdot (12107 + 12108) \equiv$ __ mod 11

b) $10^{100000000} \equiv$ __ mod 11

c) $10^{111111111} \equiv$ __ mod 11

d) $4^{1000000} \equiv$ __ mod 11

Aufgabe 2. Wir betrachten die vierelementige Menge $K = \{0, 1, a, b\}$ und definieren auf K zwei Verknüpfungen $\oplus$ und $\otimes$ durch die folgenden Verknüpfungstafeln:

$\oplus$	0	1	a	b
0	0	1	a	b
1	1	0	b	a
a	a	b	0	1
b	b	a	1	0

$\otimes$	0	1	a	b
0	0	0	0	0
1	0	1	a	b
a	0	a	b	1
b	0	b	1	a

Die Assoziativität von $\oplus$ und $\otimes$ setzen wir als gegeben voraus.
Prüfen Sie nach, ob K mit diesen beiden Verknüpfungen als Addition und Multiplikation ein Körper ist.

Aufgabe 3. Ein Ring R wird *boolesch* genannt, wenn $x^2 = x$ für alle $x \in R$ gilt.

a) Zeigen Sie, dass jeder boolesche Ring kommutativ ist.

b) Geben Sie ein Beispiel für einen booleschen Ring R.

Aufgabe 4. Sei $n \geq 5$ eine natürliche Zahl. Beweisen Sie, dass n genau dann eine Primzahl ist, wenn $(n-1)! \not\equiv 0 \mod n$ gilt.

Abgabe: Die Lösungen müssen am Mittwoch, 10.12.2014 spätestens bis 08:15 Uhr abgegeben werden.