

Übungen zur Vorlesung Diskrete Strukturen II

Aufgaben 1) und 2) sind relevant für den Scheinerwerb.

Aufgabe 1.

- a) Berechnen Sie mit dem euklidischen Algorithmus $g := \text{ggT}(653, 202)$ und ganze Zahlen $a, b \in \mathbf{Z}$ mit $g = 653a + 202b$.
- b) Entscheiden Sie, ob $[202]_{653}$ ein inverses Element in $(\mathbf{Z}/653, \cdot)$ hat und berechnen Sie dieses gegebenenfalls.

Aufgabe 2. Geben Sie die Einheitengruppe $(\mathbf{Z}/28\mathbf{Z})^*$ des Ringes $\mathbf{Z}/28\mathbf{Z}$ durch Auflisten der Elemente explizit an.

Aufgabe 3. Es seien $k, n \in \mathbf{N}$ natürliche Zahlen mit $k, n \geq 2$. Beweisen Sie: Ist $n^k - 1$ eine Primzahl, so ist $n = 2$ und k ist eine Primzahl.

Aufgabe 4. Wir betrachten die Teilmenge $\mathbf{Q}[\sqrt{3}] := \{x + y\sqrt{3} \mid x, y \in \mathbf{Q}\}$ von \mathbf{R} . Zeigen Sie, dass die von \mathbf{R} auf $\mathbf{Q}[\sqrt{3}]$ vererbte Addition und Multiplikation wohldefinierte Verknüpfungen auf $\mathbf{Q}[\sqrt{3}]$ sind und $\mathbf{Q}[\sqrt{3}]$ mit diesen Verknüpfungen zu einem Körper wird.

Abgabe: Die Lösungen müssen am Mittwoch, 17.12.2014 spätestens bis 08:15 Uhr abgegeben werden.