UNIVERSITÄT KASSEL
FACHBEREICH 10/16
Peter Dräxler

Wintersemester 2014/15
Blatt 12
28.01.2015

Übungen zur Vorlesung Diskrete Strukturen II

Aufgaben 1) und 2) sind relevant für den Scheinerwerb.

Aufgabe 1. Es sei G eine Gruppe und $S \subset G$ eine Teilmenge, die das neutrale Element e von G nicht enthält. Der *Cayley-Graph* $\Gamma_{G,S}$ zu (G, S) ist definiert als der Graph mit $\Gamma_{G,S} := (G, \{\{x, xs\} \mid x \in G, s \in S\})$.

a) Wie sieht $\Gamma_{G,S}$ für $n \in \mathbf{N}$ mit $n \geq 2$ im Fall $G = (\mathbf{Z}/n\mathbf{Z}, +)$ und $S = \{1 + n\mathbf{Z}\}$ aus?

b) Geben Sie eine Visualsierung von $\Gamma_{G,S}$ für $G = S_3$ und $S = \{(1\ 2), (1\ 2\ 3)\}$ an, wobei $(1\ 2)$, $(1\ 2\ 3)$ als Zykel geschriebene Elemente der symmetrischen Gruppe S_3 sind.

Aufgabe 2. Für $m, n \in \mathbf{N}$ betrachten wir den in der Vorlesung eingeführten Graphen $K_{m,n}$, der als *vollständiger bipartiter Graph* bezeichnet wird.

a) Beweisen Sie, dass der Graph $K_{m,n}$ genau dann einen Hamilton-Kreis enthält, wenn $m = n$ gilt.

b) Ergänzen Sie in dem Satz "Der Graph $K_{m,n}$ enthält genau dann eine Euler-Tour, wenn ... gilt." die Punkte ... so durch eine Bedingung an m, n, dass eine wahre Aussage entsteht.

Aufgabe 3.

a) Geben Sie die Visualisierung von drei paarweise nicht isomorphen Bäumen mit jeweils 6 Knoten an und markieren Sie jeweils die Blätter.

b) Zeigen Sie, dass jeder Baum $\Gamma = (V, E)$ mit mindestens zwei Knoten genau $B(\Gamma)$ Blätter hat, wobei wir $B(\Gamma) := 2 + \sum_{v \in V_+} (\deg(v) - 2)$ und $V_+ := \{v \in V : \deg(v) \geq 3\}$ definieren.

Aufgabe 4. Sei $\Gamma = (V, E)$ ein Graph mit $|V| \geq 2$. Beweisen Sie, dass es Knoten $v_1 \neq v_2$ in V mit $\deg(v_1) = \deg(v_2)$ gibt.

Abgabe: Die Lösungen müssen am Mittwoch, 04.02.2015 spätestens bis 08:15 Uhr abgegeben werden.