Summenzeichen, Vollständige Induktion

Dr. Anen Lakhal

UNIKASSEL VERSITÄT

29. 10. 2014

1. Summenzeichnen
2. Vollständige Induktion

1. Summenzeichen

2. Vollständige Induktion

Darstellung eines Ausdrucks mit Summenzeichen ($\sum$)

- $S_n = 1 + 2 + 3 + 4 + 6 + \cdots + n$
- $S = 1 + 2 + 3 + 4 + 6 + \cdots$
- $V_n = 2 + 4 + 6 + 8 + \cdots + 2n$
- $V = 1 + 5 + 9 + 11 + \cdots$
- $S_{nt} = 1 + t + t^2 + t^3 + \cdots + t^n$

Darstellung eines Ausdrucks mit Summenzeichen ($\sum$)

$$\sum$$

a) Laufvariable k, t, l, $\cdots$

b) Anfangswert: 0, 1, 6, beliebig.

$$\sum_{k=0}, \quad \sum_{t=1}, \quad \sum_{l=6},$$

c) Endwert. $n, \infty, \cdots$

$$\sum_{k=0}^{n}, \quad \sum_{t=-3}^{\infty}, \quad \sum_{l=6}^{T},$$

Darstellung eines Ausdrucks mit Summenzeichen ($\sum$)

- $S_n = 1 + 2 + 3 + 4 + 6 + \cdots + n = \sum_{k=1}$

Darstellung eines Ausdrucks mit Summenzeichen ($\sum$)

- $S_n = 1 + 2 + 3 + 4 + 6 + \cdots + n = \sum_{k=1}^{n} k$

Darstellung eines Ausdrucks mit Summenzeichen ($\sum$)

- $S_n = 1 + 2 + 3 + 4 + 6 + \cdots + n = \sum_{k=1}^{n} k = \sum_{r=1}^{n} r$
- $S = 1 + 5 + 9 + 13 + \cdots = \sum_{t=0}^{\infty} (4t + 1)$
- $\sum_{t=0}^{25} \frac{2^t}{(t+1)!} = \frac{2^0}{(0+1)!} + \frac{2^1}{(1+1)!} + \frac{2^2}{(2+1)!} + \cdots + \frac{2^{25}}{(25+1)!}$

Unterteilung einer Summe

- $S_n = \sum_{t=1}^{n} \frac{t^2}{t^3+1} = \sum_{t=1}^{6} \frac{t^2}{t^3+1} + \sum_{t=7}^{75} \frac{t^2}{t^3+1} + \sum_{t=76}^{n} \frac{t^2}{t^3+1} \quad (n \geq 100)$
- $S_n = \sum_{t=t_0}^{n} f(t) = \sum_{t=t_0}^{r} f(t) + \sum_{t=r+1}^{n} f(t) \quad (n \geq r)$

Vollständige Induktion

Satz: Beweis durch vollständige Induktion

Der Beweis der Gültigkeit einer Aussage $A(n)$ für alle $n \in \mathbb{N}$ wird durch vollständige Induktion in drei Schritten durchgeführt.

1. Man zeigt, dass $A(1)$ gilt, (Induktionsanfang)
2. Man nimmt an, dass $A(n)$ für irgend ein n gilt, (Induktionsannahme).
3. Man zeigt: Aus der Annahme $A(n)$ ist richtig, folgt $A(n+1)$ ist richtig (Induktionsschluss).

Vollständige Induktion

Beispiel 1:

$$A(n): \quad \sum_{t=1}^{n}(2t-1) = n^2 \; .$$

Beispiel 2: $n^2 + n$ ist gerade für alle $n \geq 1$.