Prof. Dr. Wolfram Koepf
Dr. Anen Lakhal

Lineare Algebra für

UNIKASSEL VERSITÄT

Übungsblatt 01 **Elektrotechniker/Informatiker Mechatroniker/Wirtschaftsingenieure** **27.10.2014**

Aufgabe 1

Seien A und B beliebige Mengen.
Falls ein Element a in A enthalten ist, schreiben wir $a \in A$.
Ist jedes Element a aus A auch in B enthalten, dann nennen wir A eine *Teilmenge* von B und bezeichnen dies mit $A \subseteq B$. Die Menge aller Elemente, die sowohl in A als auch in B enthalten sind, nennen wir die *Schnittmenge* von A und B und wir bezeichnen diese Menge mit $A \cap B$.
Die Menge $A \cup B$ enthält alle Elemente, die in A oder in B enthalten sind und heißt *Vereinigungsmenge* von A und B.
Gegeben seien die Mengen

$$A = \{-5, 4, \sqrt{7}, -\frac{3}{4}, 97\} \qquad B = \{-18, 2, \sqrt{5}, 97, \sqrt{7}, \frac{3}{5}\}$$

$$C = \{x \in \mathbb{R} \quad | \quad |x-2| \leq 3\} \qquad D = \{x \in \mathbb{R} \quad | \quad |x-1| \leq \frac{2}{3}\}$$

(a) Man gebe die folgenden Mengen an:

$$A \cap B \quad \text{und} \quad A \cup B$$

(b) Man stelle C und D als Intervalle dar und bestimme die Mengen $C \cap D$ und $C \cup D$.

(c) Gilt $A \subseteq B$ beziehungsweise $D \subseteq C$? (Begründung).

Aufgabe 2

(a) Man schreibe folgende Ausdrücke mit Hilfe des Summenzeichens $\sum$ bzw. Produktzeichens $\prod$

$$(i) \quad S_n = 1^3 + 3^3 + 5^3 + \cdots + (2n+1)^3 \qquad (ii) \quad P = 2 \cdot 5 \cdot 8 \cdot 11 \cdot 14 \cdot \ldots \cdot 353$$

(b) Man berechne die Summe aller ganzzahligen Vielfachen von 7, die zwischen 1 und 1000 liegen.
(Hinweis: $1 + 2 + \cdots + n = \sum\limits_{k=1}^{n} k = \frac{n(n+1)}{2}$)

(c) Sei die Summe $S_n = \sum\limits_{k=0}^{n} q^k$, $q \neq 1$ gegeben. Man beweise durch Induktion : $S_n = \frac{1-q^{n+1}}{1-q}$.

(Bitte wenden)

Aufgabe 3

(a) Wie muss man α und β wählen, damit die Vektoren $\vec{u} = \begin{pmatrix} 7 \\ 3+\alpha \\ 4\beta \end{pmatrix}$ und $\vec{v} = \begin{pmatrix} 7 \\ -1-3\alpha \\ -2-3\beta \end{pmatrix}$ gleich sind?

(b) Bestimmen Sie einen Vektor $\overrightarrow{x} = \begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \end{pmatrix} \in \mathbb{R}^3$, der folgende Gleichung erfüllt

$$\begin{pmatrix} 2 \\ 5 \\ -3 \end{pmatrix} - 4\,\overrightarrow{x} - \begin{pmatrix} 3 \\ -2 \\ -11 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 \\ -3 \\ 5 \end{pmatrix}.$$

Aufgabe 4 (10 Punkte)

(1) Bestimmen Sie Skalare α und β so, dass für die Vektoren

$$\overrightarrow{u} = \begin{pmatrix} 3 \\ 7 \end{pmatrix}, \quad \overrightarrow{v} = \begin{pmatrix} 4 \\ -2 \end{pmatrix} \quad \text{und} \quad \overrightarrow{x} = \begin{pmatrix} 5 \\ -11 \end{pmatrix}$$

gilt:

$$\overrightarrow{x} = \alpha\,\overrightarrow{u} + \beta\,\overrightarrow{v}$$

(2) Gegeben ist die Pyramide $ABCS$ durch die Punkte $A = (5, 0, 0)$, $B = (3, 4, 1)$, $C = (\frac{3}{2}, -2, \frac{5}{2})$ und $S = (3, 3, 7)$, die von den Vektoren $\overrightarrow{u} = \overrightarrow{AB}$, $\overrightarrow{v} = \overrightarrow{AC}$ und $\overrightarrow{w} = \overrightarrow{AS}$ aufgespannt wird. M sei der Mittelpunkt der Strecke $\overline{AB}$, der Punkt T teile die Strecke $\overline{CB}$ im Verhältnis 2 : 1, d.h. es ist $\overrightarrow{CT} = \frac{2}{3}\,\overrightarrow{CB}$.

a) Berechnen Sie die Koordinaten der Punkte M un T.

b) Stellen Sie die Situation in einem Koordinatensystem zeichnerisch dar.

c) Drücken Sie den Vektor $\overrightarrow{TS}$ durch $\overrightarrow{u}, \overrightarrow{v}, \overrightarrow{w}$ aus (d.h. in Form einer Linearkombination $\lambda_1\overrightarrow{u} + \lambda_2\overrightarrow{v} + \lambda_3\overrightarrow{w}$).

Abgabetermin: Montag, 03.11.2014 um 10:00 Uhr in den Abgabefächern vor dem Raum 2303, WA.
WICHTIG: Aufgabe 4 muss sorgfältig bearbeitet und abgegeben werden. Versehen Sie Ihre Blätter vor dem Abgeben mit Namen, Matrikelnummer und Übungsgruppe und **tackern** Sie diese – Verwenden Sie bitte bei der Abgabe das folgende Deckblatt. Weitere Informationen auf http://www.mathematik.uni-kassel.de/mathfb16/index.html

Hausaufgabe 01

Nachname:	
Vorname:	
Studiengang:	
Matr.-Nr.:	
Gruppe:	
Punkte:	