Prof. Dr. Wolfram Koepf
Dr. Anen Lakhal

UNI KASSEL VERSITÄT

Lineare Algebra für Elektrotechniker/Informatiker Mechatroniker/Wirtschaftsingenieure

Übungsblatt 09 **12.01.2015**

Aufgabe 1

Die lineare Abbildung $f : \mathbb{C}^3 \to \mathbb{C}^2$ wird gegeben durch:

$$f\begin{pmatrix}1\\0\\0\end{pmatrix} = \begin{pmatrix}3+i\\0\end{pmatrix},\ f\begin{pmatrix}0\\1\\0\end{pmatrix} = \begin{pmatrix}1\\1-i\end{pmatrix},\ f\begin{pmatrix}0\\0\\1\end{pmatrix} = \begin{pmatrix}0\\1\end{pmatrix}.$$

Man berechne den Kern von f und bestätige die Dimensionsformel

Aufgabe 2

Gegeben sei im $\mathbb{R}^2$ die Basis

$$\vec{a_1} = \begin{pmatrix}2\\-5\end{pmatrix},\ \vec{a_2} = \begin{pmatrix}-1\\3\end{pmatrix}.$$

Die lineare Abbildung $f : \mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}^2$ wird gegeben durch:

$$f(\vec{a_1}) = \vec{a_1} - \vec{a_2}, \quad f(\vec{a_2}) = \vec{a_2}.$$

(i) Man bestimme die Matrix von f bezüglich der Basis $\vec{a_1}, \vec{a_2}$.

(ii) Man bestimme die Matrix von f bezüglich der kanonischen Basis .

Aufgabe 3

Im $\mathbb{R}^3$ wird eine Ebene E durch den Nullpunkt mit dem normalen Vektor $\vec{n} = \begin{pmatrix}1\\1\\1\end{pmatrix}$ gegeben. Wir betrachten die lineare Abbildung $S : \mathbb{R}^3 \to \mathbb{R}^3$, die einen Vektor an der Ebene E spiegelt. Man wähle eine **geeignete Basis** des $\mathbb{R}^3$ und gebe die Matrix S bezüglich dieser Basis an. Wie lautet die Matrix, wenn statt einer Spiegelung eine Drehung D um den Winkel ϕ um die durch den Vektor $\vec{n}$ festgelegte Achse betrachtet wird?

Aufgabe 4 (10 Punkte)

(1) Die lineare Abbildung $f : \mathbb{R}^3 \to \mathbb{R}^2$ wird gegeben durch:

$$f\begin{pmatrix}1\\0\\0\end{pmatrix} = \begin{pmatrix}5\\-10\end{pmatrix},\ f\begin{pmatrix}0\\1\\0\end{pmatrix} = \begin{pmatrix}-3\\6\end{pmatrix},\ f\begin{pmatrix}0\\0\\1\end{pmatrix} = \begin{pmatrix}-1\\2\end{pmatrix}.$$

(a) Wie lautet die Matrix von f bezüglich der kanonischen Basen des $\mathbb{R}^3$ und des $\mathbb{R}^2$?

(b) Man bestimme den Kern von f (Nullraum) und bestätige die Dimensionsformel.

(2) Gegeben sei im $\mathbb{R}^3$ die Basis

$$\vec{a_1} = \begin{pmatrix}1\\1\\-1\end{pmatrix},\ \vec{a_2} = \begin{pmatrix}1\\0\\1\end{pmatrix},\ \vec{a_3} = \begin{pmatrix}0\\0\\1\end{pmatrix}.$$

Die lineare Abbildung $f : \mathbb{R}^3 \to \mathbb{R}^3$ wird gegeben durch:

$$f(\vec{a_1}) = -\vec{a_1} + \vec{a_3}, \quad f(\vec{a_2}) = 3\vec{a_2} - 6\vec{a_3}, \quad f(\vec{a_3}) = \vec{a_1} + \vec{a_2} - 3\vec{a_3}.$$

(a) Man bestimme die Matrix von f bezüglich der Basis $\vec{a_1}, \vec{a_2}, \vec{a_3}$.

(b) Man bestimme die Matrix von f bezüglich der kanonischen Basis im $\mathbb{R}^3$.

Abgabetermin: Montag, 19.01.2015 um 10:00 Uhr in den Abgabefächern vor dem Raum 2303, WA.

WICHTIG: Aufgabe 4 muss sorgfältig bearbeitet und abgegeben werden. Versehen Sie Ihre Blätter vor dem Abgeben mit Namen, Matrikelnummer und Übungsgruppe und **tackern** Sie diese – Verwenden Sie bitte bei der Abgabe das folgende Deckblatt. Weitere Informationen auf `http://www.mathematik.uni-kassel.de/mathfb16/index.html`

Hausaufgabe 09

Nachname:	
Vorname:	
Studiengang:	
Matr.-Nr.:	
Gruppe:	
Punkte:	