Prof. Dr. Wolfram Koepf
Dr. Anen Lakhal

UNIKASSEL VERSITÄT

Lineare Algebra für

Übungsblatt 10 **Elektrotechniker/Informatiker Mechatroniker/Wirtschaftsingenieure** **19.01.2015**

Aufgabe 1

Bezüglich der Basen $\vec{a}_1 = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix}$, $\vec{a}_2 = \begin{pmatrix} 1 \\ -1 \end{pmatrix}$ im $\mathbb{C}^2$ und $\vec{b}_1 = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}$, $\vec{b}_2 = \begin{pmatrix} 0 \\ i \\ 1 \end{pmatrix}$, $\vec{b}_3 = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix}$ im $\mathbb{C}^3$ werde eine lineare Abbildung $f : \mathbb{C}^2 \to \mathbb{C}^3$ durch die Matrix beschrieben:

$$M(f) = \begin{pmatrix} 1 & i \\ 2 & 0 \\ 0 & i \end{pmatrix}.$$

Wie lautet die Matrix von f bezüglich der Basen $\vec{\tilde{a}}_1 = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix}$, $\vec{\tilde{a}}_2 = \begin{pmatrix} 0 \\ i \end{pmatrix}$ im $\mathbb{C}^2$ und $\vec{\tilde{b}}_1 = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}$, $\vec{\tilde{b}}_2 = \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \\ i \end{pmatrix}$, $\vec{\tilde{b}}_3 = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix}$ im $\mathbb{C}^3$?

Aufgabe 2

Gegeben sei die Matrix

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 2 & a \\ 3 & a+1 & a+7 & 5a \\ a & 2 & 1 & 4-2a \end{pmatrix}.$$

(a) Wie groß ist der Rang von A?

(b) Welche Dimension besitzt der Nullraum von A?

(c) Wann ist das Gleichungssystem $A\vec{x} = \begin{pmatrix} b \\ 0 \\ c \end{pmatrix}$ lösbar?

Aufgabe 3

Die lineare Abbildung $f\colon \mathbb{C}^4 \to \mathbb{C}^3$ wird durch die folgende Matrix A von f bezüglich der kanonischen Basen gegeben:

$$A = \begin{pmatrix} 1 & i & 2 & -1 \\ i & -1 & 2i & -i \\ -2 & 2i & -4 & -2 \end{pmatrix}$$

Man bestimme eine Basis des Kerns sowie eine Basis des Bildes von f und bestätige die Dimensionsformel.

Aufgabe 4 (10 Punkte)

(1) Gegeben sei das lineare Gleichungssystem für die Unbekannten x_1, x_2 und x_3

$$\begin{pmatrix} 1 & 1 & 0 \\ a & -2 & b \\ -1 & 0 & b \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} c_1 \\ c_2 \\ 0 \end{pmatrix}$$

(a, b, c_1 und c_2 sind beliebig gewählte reelle Zahlen).
Unter welcher Bedingung ist das System

(a) eindeutig lösbar?

(b) nicht lösbar?

(c) lösbar, aber nicht eindeutig lösbar?

(2) Die lineare Abbildung $f\colon \mathbb{R}^5 \to \mathbb{R}^3$ wird durch die folgende Matrix A von f bezüglich der kanonischen Basen gegeben:

$$A = \begin{pmatrix} 3 & -6 & -3 & -6 & -2 \\ 0 & 0 & 1 & 3 & 0 \\ 1 & -2 & -1 & -2 & 0 \end{pmatrix}$$

Man bestimme eine Basis des Kerns sowie eine Basis des Bildes von f und bestätige die Dimensionsformel.

Abgabetermin: Montag, 26.01.2015 um 10:00 Uhr in den Abgabefächern vor dem Raum 2303, WA.
WICHTIG: Aufgabe 4 muss sorgfältig bearbeitet und abgegeben werden. Versehen Sie Ihre Blätter vor dem Abgeben mit Namen, Matrikelnummer und Übungsgruppe und **tackern** Sie diese – Verwenden Sie bitte bei der Abgabe das folgende Deckblatt. Weitere Informationen auf `http://www.mathematik.uni-kassel.de/mathfb16/index.html`

Hausaufgabe 10

Nachname:														
Vorname:														
Studiengang:														
Matr.-Nr.:														
Gruppe:														
Punkte:														