Prof. Dr. Wolfram Koepf
Dr. Anen Lakhal

UNIKASSEL VERSITÄT

Lineare Algebra für Elektrotechniker/Informatiker Mechatroniker/Wirtschaftsingenieure

Übungsblatt 12 02.02.2015

Aufgabe 1

Gegeben sei die $n \times n$-Matrix

$$B_n = \begin{pmatrix} a & b & 0 & \cdots & 0 \\ 1 & a & b & \ddots & \vdots \\ 0 & 1 & a & \ddots & 0 \\ \vdots & \ddots & \ddots & \ddots & b \\ 0 & \cdots & 0 & 1 & a \end{pmatrix}.$$

Man bestätige die Rekursionsformel

$$\det(B_n) = a\det(B_{n-1}) - b\det(B_{n-2}), \quad n \geq 3.$$

Aufgabe 2

(a) Lösen Sie mit der Cramerschen Regel das Gleichungssystem

$$\begin{pmatrix} a & 1 & 1 \\ a & 2 & 1 \\ -1 & a & a \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \\ 3 \end{pmatrix}.$$

(b) Gegeben sei die folgende Matrix

$$B = \begin{pmatrix} -4 & 2 & 3 \\ 5 & 6 & 7 \\ -2 & 3 & 4 \end{pmatrix}.$$

Die Inverse sei durch

$$B^{-1} = \begin{pmatrix} b_{11} & b_{12} & b_{13} \\ b_{21} & b_{22} & b_{23} \\ b_{31} & b_{32} & b_{33} \end{pmatrix}$$

gegeben. Man berechne b_{13}.

Aufgabe 3

Gegeben sei die reelle 3×3-Matrix

$$A_\alpha = \begin{pmatrix} \alpha+1 & \alpha+1 & 1 \\ -\alpha & -\alpha & -1 \\ \alpha & \alpha-1 & 0 \end{pmatrix}.$$

Man berechne das charakteristische Polynom der Matrix A_α.

Aufgabe 4

Gegeben sei die folgende Matrix

$$A = \begin{pmatrix} 5 & \sqrt{5} \\ \sqrt{5} & 1 \end{pmatrix}$$

(a) Man berechne das charakteristische Polynom von A und bestätige den Satz von Cayley-Hamilton.

(b) Man berechne die Potenzen A^n, $(n \in \mathbb{N})$.