Prof. Dr. Wolfram Koepf
Dr. Anen Lakhal

UNIKASSEL VERSITÄT

Lineare Algebra für

Übungsblatt 13 **Elektrotechniker/Informatiker** **09.02.2015**
Mechatroniker/Wirtschaftsingenieure

Aufgabe 1
Gegeben sei die Matrix

$$B = \begin{pmatrix} -\sqrt{2} & 3 & -\sqrt{2} \\ 0 & 2 & 0 \\ -\sqrt{2} & 2 & -\sqrt{2} \end{pmatrix}$$

Man berechne

(a) das charakteristische Polynom von B,

(b) die Eigenwerte und Eigenvektor zum Eigenwert 0 von B.

Aufgabe 2
Gegeben sei die Matrix

$$A = \begin{pmatrix} -4 & -6 & 0 \\ 3 & 5 & 0 \\ 3 & 3 & 2 \end{pmatrix}.$$

Man bestimme eine Matrix B so, dass $B^{-1}AB$ eine Diagonalmatrix D ist und gebe auch D an.

Aufgabe 3
Gegeben sei die Matrix

$$A_\alpha = \begin{pmatrix} 1-\alpha & 0 & \alpha \\ 0 & 1 & 0 \\ -\alpha & 0 & 1+\alpha \end{pmatrix}, \alpha \in \mathbb{R} .$$

(a) Berechnen Sie alle Eigenwerte von A_α.

(b) Berechnen Sie zu jedem Eigenwert die zugehörigen Eigenvektoren von A_α.

(c) Für welche reellen α ist A_α diagonalisierbar? Begründen Sie Ihre Antwort.

Aufgabe 4
Gegeben sei die Matrix

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ a & 1 \end{pmatrix}, \ a \in \mathbb{R}.$$

Zeigen sie durch vollständige Induktion:

$$A^n = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ na & 1 \end{pmatrix}.$$

Wie muss man a wählen, damit A^n zwei linear unabhängige Eigenvektoren besitzt?