Universität Kassel
Fachbereich 10/16
Peter Dräxler

Wintersemester 2015/16
Blatt 03
04.11.2015

Übungen zur Vorlesung Diskrete Strukturen II

Aufgaben 1) und 2) sind relevant für den Scheinerwerb.

Aufgabe 1. Auf $M := \{0, 1, 2, 3, 4, 5\}$ betrachten wir die durch die folgende Verknüpfungstafel gegebene und mit $\otimes$ bezeichnete Verknüpfung:

$\otimes$	0	1	2	3	4	5
0	0	0	0	0	0	0
1	0	1	2	3	4	5
2	0	2	4	0	2	4
3	0	3	0	3	0	3
4	0	4	2	0	4	2
5	0	5	4	3	2	1

Wir nehmen als gegeben an, dass diese Verknüpfung assoziativ ist, so dass $(M, \otimes)$ zu einer Halbgruppe wird. Entscheiden Sie, ob diese Halbgruppe ein Monoid ist und bestimmen Sie gegebenenfalls, für welche $x \in M$ ein inverses Element existiert.

Aufgabe 2. Geben Sie alle 6 Elemente der symmetrischen Gruppe S_3 vom Grad 3 als Produkt elementfremder Zykel an und berechnen Sie die Verknüpfungstafel dieser Gruppe.

Aufgabe 3. Es sei G ein Monoid mit neutralem Element e. Ferner seien g, h invertierbare Elemente von G. Zeigen Sie die folgenden Aussagen:

a) g^{-1} ist invertierbar und es gilt $(g^{-1})^{-1} = g$.

b) hg ist invertierbar und es gilt $(hg)^{-1} = g^{-1}h^{-1}$.

c) e ist invertierbar und es gilt $e^{-1} = e$.

Aufgabe 4. Auf der Menge $\mathbf{N} \times \mathbf{N}$ definieren wir eine Relation $\sim$ durch $(x, y) \sim (x', y') :\iff x - y = x' - y'$.

a) Zeigen Sie, dass $\sim$ eine Äquivalenzrelation ist.

b) Auf $\mathbf{N} \times \mathbf{N}/\sim$ definieren wir eine Verknüpfung $\oplus$ durch $[(x, y)] \oplus [(x', y')] := [(x + x', y + y')]$. Beweisen Sie, dass $(\mathbf{N} \times \mathbf{N}/\sim, \oplus)$ eine abelsche Gruppe ist.

c) Zu welcher Ihnen bekannten Gruppe könnte diese Gruppe isomorph sein?

Abgabe: Die Lösungen müssen am Mittwoch, 11.11.2015 spätestens bis 08:15 Uhr abgegeben werden.