Universität Kassel
Fachbereich 10/16
Peter Dräxler

Wintersemester 2015/16
Blatt 07
02.12.2015

Übungen zur Vorlesung Diskrete Strukturen II

Aufgaben 1) und 2) sind relevant für den Scheinerwerb.

Aufgabe 1. Ergänzen Sie durch Zahlen im Bereich $\{0, 1, \cdots, 10\}$.

a) $1012023 \cdot (12107 + 12108) \equiv$ __ mod 11

b) $10^{100000000} \equiv$ __ mod 11

c) $10^{111111111} \equiv$ __ mod 11

d) $4^{1000000} \equiv$ __ mod 11

Aufgabe 2. Wir betrachten die vierelementige Menge $K = \{0, 1, a, b\}$ und definieren auf K zwei Verknüpfungen $\oplus$ und $\otimes$ durch die folgenden Verknüpfungstafeln:

$\oplus$	0	1	a	b
0	0	1	a	b
1	1	0	b	a
a	a	b	0	1
b	b	a	1	0

$\otimes$	0	1	a	b
0	0	0	0	0
1	0	1	a	b
a	0	a	b	1
b	0	b	1	a

Die Assoziativität von $\oplus$ und $\otimes$, sowie die Gültigkeit der Distributivgesetze setzen wir als gegeben voraus. Prüfen Sie nach, ob K mit diesen beiden Verknüpfungen als Addition und Multiplikation ein Körper ist.

Aufgabe 3. Es sei $G = \langle g \rangle$ eine zyklische Gruppe. Beweisen Sie die beiden folgenden Aussagen, indem Sie die Abbildung $\mathbf{Z} \to G$, $z \mapsto g^z$ betrachten. (Hinweis: Denken Sie besonders bei b) an den Homomorphiesatz.)

a) Ist $|G| = \infty$, so ist $G \cong (\mathbf{Z}, +)$.

b) Ist $|G| = n \in \mathbf{N}$, so ist $G \cong (\mathbf{Z}/n\mathbf{Z}, +)$.

Aufgabe 4. Ein Ring R wird *boolesch* genannt, wenn $x^2 = x$ für alle $x \in R$ gilt.

a) Zeigen Sie, dass jeder boolesche Ring kommutativ ist.

b) Geben Sie ein Beispiel für einen booleschen Ring R.

Abgabe: Die Lösungen müssen am Mittwoch, 09.12.2015 spätestens bis 08:15 Uhr abgegeben werden.