

Übungen zur Vorlesung Diskrete Strukturen II

Aufgaben 1) und 2) sind relevant für den Scheinerwerb.

Aufgabe 1. Geben Sie jeweils ein Beispiel eines Graphen Γ mit folgenden Eigenschaften:

- Γ enthält mindestens eine Euler-Tour und mindestens einen Hamilton-Kreis.
- Γ enthält keine Euler-Tour, aber mindestens einen Hamilton-Kreis.
- Γ enthält keinen Hamilton-Kreis, aber mindestens eine Euler-Tour.
- Γ enthält keine Euler-Tour und keinen Hamilton-Kreis.

Aufgabe 2. Für $m, n \in \mathbf{N}$ betrachten wir den in der Vorlesung eingeführten Graphen $K_{m,n}$, der als *vollständiger bipartiter Graph* bezeichnet wird.

- Beweisen Sie, dass der Graph $K_{m,n}$ genau dann einen Hamilton-Kreis enthält, wenn $m = n$ gilt.
- Ergänzen Sie in dem Satz “Der Graph $K_{m,n}$ enthält genau dann eine Euler-Tour, wenn ... gilt.” die Punkte ... so durch eine Bedingung an m, n , dass eine wahre Aussage entsteht.

Aufgabe 3.

- Geben Sie die Visualisierung von drei paarweise nicht isomorphen Bäumen mit jeweils 6 Knoten an und markieren Sie jeweils die Blätter.
- Zeigen Sie, dass jeder Baum $\Gamma = (V, E)$ mit mindestens zwei Knoten genau $B(\Gamma)$ Blätter hat, wobei wir $B(\Gamma) := 2 + \sum_{v \in V_+} (\deg(v) - 2)$ und $V_+ := \{v \in V : \deg(v) \geq 3\}$ definieren.

Aufgabe 4. Es sei G eine Gruppe und $S \subset G$ eine Teilmenge, die das neutrale Element e von G nicht enthält. Der *Cayley-Graph* $\Gamma_{G,S}$ zu (G, S) ist definiert als der Graph mit $\Gamma_{G,S} := (G, \{\{x, xs\} \mid x \in G, s \in S\})$.

- Wie sieht $\Gamma_{G,S}$ für $n \in \mathbf{N}$ mit $n \geq 2$ im Fall $G = (\mathbf{Z}/n\mathbf{Z}, +)$ und $S = \{1 + n\mathbf{Z}\}$ aus?
- Geben Sie eine Visualisierung von $\Gamma_{G,S}$ für $G = S_3$ und $S = \{(1\ 3), (1\ 3\ 2)\}$ an, wobei $(1\ 3), (1\ 3\ 2)$ als Zykel geschriebene Elemente der symmetrischen Gruppe S_3 sind.

Abgabe: Die Lösungen müssen am Mittwoch, 03.02.2016 spätestens bis 08:15 Uhr abgegeben werden.