Dr. habil. Sebastian Petersen
Dr. Anen Lakhal

Lineare Algebra für Elektrotechniker/Informatiker Mechatroniker/Wirtschaftsingenieure

UNIKASSEL VERSITÄT

Übungsblatt 01 **26.10.2015**

Aufgabe 1

Seien A und B beliebige Mengen.
Falls ein Element a in A enthalten ist, schreiben wir $a \in A$.
Ist jedes Element a aus A auch in B enthalten, dann nennen wir A eine *Teilmenge* von B und bezeichnen dies mit $A \subseteq B$. Die Menge aller Elemente, die sowohl in A als auch in B enthalten sind, nennen wir die *Schnittmenge* von A und B und wir bezeichnen diese Menge mit $A \cap B$.
Die Menge $A \cup B$ enthält alle Elemente, die in A oder in B enthalten sind und heißt *Vereinigungsmenge* von A und B.
Gegeben seien die Mengen

$$A = \{-5, 4, \sqrt{7}, -\frac{3}{4}, 97\} \qquad B = \{-18, 2, \sqrt{5}, 97, \sqrt{7}, \frac{3}{5}\}$$

$$C = \{x \in \mathbb{R} \quad | \quad |x-2| \leq 3\} \qquad D = \{x \in \mathbb{R} \quad | \quad |x-1| \leq \frac{2}{3}\}$$

(a) Man gebe die folgenden Mengen an:

$$A \cap B \quad \text{und} \quad A \cup B$$

(b) Man stelle C und D als Intervalle dar und bestimme die Mengen $C \cap D$ und $C \cup D$.

(c) Gilt $A \subseteq B$ beziehungsweise $D \subseteq C$? (Begründung).

Aufgabe 2

(a) Man schreibe folgende Ausdrücke mit Hilfe des Summenzeichens $\sum$ bzw. Produktzeichens $\prod$

$$(i) \quad S_n = 1^3 + 3^3 + 5^3 + \cdots + (2n+1)^3 \qquad (ii) \quad P = 2 \cdot 5 \cdot 8 \cdot 11 \cdot 14 \cdot \ldots \cdot 353$$

(b) Man berechne die Summe aller ganzzahligen Vielfachen von 7, die zwischen 1 und 1000 liegen.
(Hinweis: $1 + 2 + \cdots + n = \sum_{k=1}^{n} k = \frac{n(n+1)}{2}$)

(c) Sei die Summe $S_n = \sum_{k=0}^{n} q^k$, $q \neq 1$ gegeben. Man beweise durch Induktion : $S_n = \frac{1-q^{n+1}}{1-q}$.

(Bitte wenden)

Aufgabe 3

(1) Prüfen Sie, ob die Funktion

$$f : \mathbb{Q} \to \mathbb{Z}, \qquad \frac{a}{b} \mapsto (a - b)$$

wohldefiniert ist.

(2) Gegeben sei die Funktionen

$$g : \mathbb{R} \to \mathbb{R}, \quad g(x) = 2x^2 + 1 \quad \text{und} \quad h : \mathbb{R} \times \mathbb{R} \to \mathbb{R}, \quad (a, b) \mapsto 2a.$$

(a) Geben Sie das Urbild von Null und das Bild der Abbildungen g und h an.

(b) Überprüfen Sie die Abbildungen auf Injektivität und Surjektivität.

Aufgabe 4 (10 Punkte)

(1) Sei $A = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 \mid \ |x| \leq 1, |y + 1| \leq 2\}$, $B = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 \mid \ |x - 2| \leq 2, |y - 3| \leq 3\}$.

Stellen Sie A, B, $A \cap B$, $A \cup B$, $A \setminus B$, $B \setminus A$ grafisch dar.

(2) Zeigen sie mit vollständiger Induktion, dass gilt:

(a) $\sum_{k=1}^{n} (2k - 1) = n^2$ für alle $n \geq 1$.

(b) $4n^3 - n$ durch 3 teilbar für alle $n \geq 0$ ist.

(3) Gegeben Sei die Funktion

$$f : \mathbb{R} \to \mathbb{R}, \quad f(x) = x^2 - 3x + 2.$$

(a) Skizzieren Sie den Graphen der Funktion f.

(b) Untersuchen Sie f auf Injektivität und Surjektivität.

Abgabetermin: Montag, 02.11.2015 um 10:00 Uhr in den Abgabefächern vor dem Raum 2303, WA.
WICHTIG: Aufgabe 4 muss sorgfältig bearbeitet und abgegeben werden. Versehen Sie Ihre Blätter vor dem Abgeben mit Namen, Matrikelnummer und Übungsgruppe und **tackern** Sie diese – Verwenden Sie bitte bei der Abgabe das folgende Deckblatt. Weitere Informationen auf http://www.mathematik.uni-kassel.de/mathfb16/index.html

Hausaufgabe 01

Nachname:														
Vorname:														
Studiengang:														
Matr.-Nr.:														
Gruppe:														
Punkte:														