Dr. habil. Sebastian Petersen
Dr. Anen Lakhal

Lineare Algebra für

UNIKASSEL VERSITÄT

Übungsblatt 06 **Elektrotechniker/Informatiker Mechatroniker/Wirtschaftsingenieure** **30.11.2015**

Aufgabe 1 Man berechne folgende Matrizen

$$D = AB, \quad \vec{u}\vec{v}^T, \vec{u}^T\vec{v}$$

wobei

$$A = \begin{pmatrix} -1 & 5 & 3 & -2 \\ -5 & 1 & 7 & 9 \end{pmatrix}, B = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 5 & 6 \\ -3 & 2 \\ 9 & 4 \end{pmatrix}, \vec{u} = \begin{pmatrix} 2 \\ -5 \\ -6 \\ -3 \end{pmatrix}, \vec{v} = \begin{pmatrix} 2i \\ -i \\ 2 \\ 3 \end{pmatrix}.$$

Aufgabe 2 Gegeben sei die Matrix

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}.$$

Man beweise durch Induktion:

$$A^n = \begin{pmatrix} 1 & n & \frac{n(n-1)}{2} \\ 0 & 1 & n \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}, \quad \text{für } n \geq 1.$$

Aufgabe 3 Gegeben sei das folgende Gleichungssystem

$$\begin{aligned} x_1 - x_2 + 2x_3 &= 2 \\ 2x_1 - x_2 - x_3 &= 1 \\ x_1 + 2x_2 - 13x_3 &= -7 \end{aligned}$$

(a) Man schreibe das Gleichungssystem in Matrixform $A\vec{x} = \vec{b}$.

(b) Man verwende den Gauß-Algorithmus, um die Lösungsmenge des Gleichungssystems zu bestimmen.

Aufgabe 4 Gegeben sei das lineare Gleichungssystem:

$$\begin{aligned} x + 2y - 3z &= a \\ 2x + 6y - 11z &= b \\ x - 2y + 7z &= c \end{aligned}$$

(a) Man bestimme mit Hilfe des Gauß-Algorithmus, welche Bedingung die reellen Parameter a, b und c erfüllen müssen, damit das Gleichungssystem lösbar ist.

(b) Man löse das Gleichungssystem und gebe eine geometrische Interpretation der Lösung an.

Aufgabe 5 (10 Punkte)

(1) Lösen Sie folgende Gleichungen, wobei A eine relle 2×4 Matrix und $\vec{x} \in \mathbb{C}^2$ ist.

(a)

$$4\begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 \\ 5 & 6 & 7 & 8 \end{pmatrix} - 3A = \begin{pmatrix} -1 & 4 \\ 0 & 4 \\ -1 & 6 \\ -1 & 8 \end{pmatrix}^T$$

(b)

$$\begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 5 & 6 \end{pmatrix} \cdot \vec{x} = \begin{pmatrix} i \\ -2 \end{pmatrix}$$

(2) Man betrachte das folgende lineare Gleichungssystem

$$\begin{aligned} x - 2y + \alpha z &= 2 \\ x + y + z &= 2 \\ -2x - 3y - z &= \beta \end{aligned}$$

in den Unbekannten x, y und $z \in \mathbb{R}$.

(a) Für welche Parameter $\alpha, \beta \in \mathbb{R}$ besitzt das Gleichungssystem
(i) genau eine Lösung, (ii) keine Lösung, (iii) unendlich viele Lösungen.

(b) Berechnen Sie die allgemeine Lösung für den Fall $\alpha = 4$ und $\beta = -4$.

Abgabetermin: Montag, 07.12.2015 um 10:00 Uhr in den Abgabefächern vor dem Raum 2303, WA.
WICHTIG: Aufgabe 5 muss sorgfältig bearbeitet und abgegeben werden. Versehen Sie Ihre Blätter vor dem Abgeben mit Namen, Matrikelnummer und Übungsgruppe und **tackern** Sie diese – Verwenden Sie bitte bei der Abgabe das folgende Deckblatt. Weitere Informationen auf http://www.mathematik.uni-kassel.de/mathfb16/index.html

Dr. habil. Sebastian Petersen
Dr. Anen Lakhal

Lineare Algebra für

WS 2015/2016 | **Elektrotechniker/Informatiker**
Mechatroniker/Wirtschaftsingenieure | **07.12.2015**

U N I K A S S E L
V E R S I T Ä T

Hausaufgabe 06

Nachname:	
Vorname:	
Studiengang:	
Matr.-Nr.:	
Gruppe:	
Punkte:	