Lineare Algebra für Elektrotechniker/Informatiker Mechatroniker/Wirtschaftsingenieure

Übungsblatt 11 **25.01.2016**

Aufgabe 1

(a) Lösen Sie mit der Cramerschen Regel das reelle Gleichungssystem

$$\begin{pmatrix} a & 1 & 1 \\ a & 2 & 1 \\ -1 & a & a \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \\ 3 \end{pmatrix} .$$

(b) Gegeben sei die folgende Matrix

$$B = \begin{pmatrix} -4 & 2 & 3 \\ 5 & 6 & 7 \\ -2 & 3 & 4 \end{pmatrix} .$$

Die Inverse sei durch

$$B^{-1} = \begin{pmatrix} b_{11} & b_{12} & b_{13} \\ b_{21} & b_{22} & b_{23} \\ b_{31} & b_{32} & b_{33} \end{pmatrix}$$

gegeben. Man berechne b_{13}.

Aufgabe 2

Gegeben sei im $\mathbb{R}^2$ die Basis

$$\vec{a_1} = \begin{pmatrix} 2 \\ -5 \end{pmatrix}, \vec{a_2} = \begin{pmatrix} -1 \\ 3 \end{pmatrix} .$$

Die lineare Abbildung $f : \mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}^2$ wird gegeben durch:

$$f(\vec{a_1}) = \vec{a_1} - \vec{a_2}, \quad f(\vec{a_2}) = \vec{a_2} .$$

(i) Man bestimme die Matrix von f bezüglich der Basis $\vec{a_1}, \vec{a_2}$.

(ii) Man bestimme die Matrix von f bezüglich der kanonischen Basis .

Aufgabe 3

Bezüglich der Basen $\vec{a_1} = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix}$, $\vec{a_2} = \begin{pmatrix} 1 \\ -1 \end{pmatrix}$ im $\mathbb{C}^2$ und $\vec{b_1} = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}$, $\vec{b_2} = \begin{pmatrix} 0 \\ i \\ 1 \end{pmatrix}$, $\vec{b_3} = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix}$ im $\mathbb{C}^3$ werde eine lineare Abbildung $f : \mathbb{C}^2 \to \mathbb{C}^3$ durch die folgende Matrix beschrieben:

$$M(f) = \begin{pmatrix} 1 & i \\ 2 & 0 \\ 0 & i \end{pmatrix} .$$

Wie lautet die Matrix von f bezüglich der Basen $\vec{\tilde{a}}_1 = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix}$, $\vec{\tilde{a}}_2 = \begin{pmatrix} 0 \\ i \end{pmatrix}$ im $\mathbb{C}^2$ und $\vec{\tilde{b}}_1 = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}$, $\vec{\tilde{b}}_2 = \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \\ i \end{pmatrix}$, $\vec{\tilde{b}}_3 = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix}$ im $\mathbb{C}^3$?

Aufgabe 4 (10 Punkte)

(1) Lösen Sie mithilfe der Crameschen Regel das Gleichungssystem

$$\begin{aligned} x + y + z &= a \\ x + a\,y + z &= a \\ x + y + a\,z &= a, \end{aligned}$$

wobei $a \in \mathbb{R}$.

(2) Gegeben sei im $\mathbb{R}^3$ die Basis

$$\vec{a_1} = \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ -1 \end{pmatrix}, \vec{a_2} = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix}, \vec{a_3} = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix} .$$

Die lineare Abbildung $f : \mathbb{R}^3 \to \mathbb{R}^3$ wird gegeben durch:

$$f(\vec{a_1}) = -\vec{a_1} + \vec{a_3}, \quad f(\vec{a_2}) = 3\vec{a_2} - 6\vec{a_3}, \quad f(\vec{a_3}) = \vec{a_1} + \vec{a_2} - 3\vec{a_3} .$$

(a) Man bestimme die Matrix von f bezüglich der Basis $\vec{a_1}, \vec{a_2}, \vec{a_3}$.

(b) Man bestimme die Matrix von f bezüglich der kanonischen Basis im $\mathbb{R}^3$.

Abgabetermin: Montag, 01.02.2016 um 10:00 Uhr in den Abgabefächern vor dem Raum 2303, WA.
WICHTIG: Aufgabe 4 muss sorgfältig bearbeitet und abgegeben werden. Versehen Sie Ihre Blätter vor dem Abgeben mit Namen, Matrikelnummer und Übungsgruppe und **tackern** Sie diese – Verwenden Sie bitte bei der Abgabe das folgende Deckblatt. Weitere Informationen auf http://www.mathematik.uni-kassel.de/mathfb16/index.html

Hausaufgabe 11

Nachname:

Vorname:

Studiengang:

Matr.-Nr.:

Gruppe:

Punkte: