Dr. habil. Sebastian Petersen
Dr. Anen Lakhal

Lineare Algebra für

UNI KASSEL VERSITÄT

Übungsblatt 12 **Elektrotechniker/Informatiker Mechatroniker/Wirtschaftsingenieure** **01.02.2016**

Aufgabe 1

Die lineare Abbildung $f\colon \mathbb{R}^5 \to \mathbb{R}^3$ wird durch die folgende Matrix A von f bezüglich der kanonischen Basen gegeben:

$$A = \begin{pmatrix} 3 & -6 & -3 & -6 & -2 \\ 0 & 0 & 1 & 3 & 0 \\ 1 & -2 & -1 & -2 & 0 \end{pmatrix}$$

Man bestimme eine Basis des Kerns sowie eine Basis des Bildes von f und bestätige die Dimensionsformel.

Aufgabe 2

Die lineare Abbildung $f : \mathbb{R}^3 \to \mathbb{R}^3$ wird gegeben durch

$$f(\vec{e_1}) = 2\vec{e_1} + \vec{e_2} + \vec{e_3},\ f(\vec{e_2}) = \vec{e_1} + \vec{e_2},\ f(\vec{e_3}) = \vec{e_1} + \vec{e_3}.$$

Dabei sind $\vec{e_1} = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}, \vec{e_2} = \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix}, \vec{e_3} = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix}$ die kanonischen Basisvektoren des $\mathbb{R}^3$.

(a) Bestimmen Sie die Darstellungsmatrix von f bezüglich der kanonischen Basis des $\mathbb{R}^3$.

(b) Bestimmen Sie eine Basis des Kerns sowie eine Basis des Bildes von f und bestätigen Sie die Dimensionsformel.

(c) Wie lautet die Darstellungsmatrix von f bezüglich der Basis

$$\vec{b_1} = \begin{pmatrix} 3 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}, \vec{b_2} = \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix}, \vec{b_3} = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix}.$$

Aufgabe 3

Gegeben sei die reelle 3×3-Matrix

$$A_\alpha = \begin{pmatrix} \alpha+1 & \alpha+1 & 1 \\ -\alpha & -\alpha & -1 \\ \alpha & \alpha-1 & 0 \end{pmatrix}.$$

Man berechne das charakteristische Polynom der Matrix A_α.