Dr. habil. Sebastian Petersen
Dr. Anen Lakhal

Lineare Algebra für

UNIKASSEL VERSITÄT

Übungsblatt 09 **Elektrotechniker/Informatiker** **11.01.2016**

Mechatroniker/Wirtschaftsingenieure

Aufgabe 1

$B = \{\vec{b_1}, \vec{b_2}, \vec{b_3}, \vec{b_4}\}$ sei Basis eines $\mathbb{R}$-Vektorruames V. Ferner seien $\vec{a_1} = 2\vec{b_1} - \vec{b_2}$, $\vec{a_2} = \vec{b_2} + \vec{b_3} + \vec{b_4}$, $\vec{a_3} = \vec{b_3} - \vec{b_4}$ und $U = \langle \vec{a_1}, \vec{a_2}, \vec{a_3} \rangle$ der von $\vec{a_1}, \vec{a_2}, \vec{a_3}$ aufgespannte Unterraum.

(a) Zeigen Sie, dass $A = \{\vec{a_1}, \vec{a_2}, \vec{a_3}\}$ eine Basis von U ist.

(b) Ergänzen Sie A zu eine Basis von V.

Aufgabe 2

Sei $\vec{b_1} = \begin{pmatrix} 1 \\ 5 \end{pmatrix}$, $\vec{b_2} = \begin{pmatrix} i \\ 5 \end{pmatrix}$ und $B = (\vec{b_1}, \vec{b_2})$.

(a) Man zeige, dass B eine Basis des $\mathbb{C}^2$ ist.

(b) Wie lauten die Übergangsmatrizen der kanonischen Basis $(\vec{e_1}, \vec{e_2})$ des $\mathbb{C}^2$ zur Basis B und umgekehrt?

(c) Man gebe die Koordinaten der Vektoren $\vec{u} = \begin{pmatrix} 2 \\ i \end{pmatrix}$ und $\vec{v} = \begin{pmatrix} 2 \\ -3i \end{pmatrix}$ in der Basis B an.

(d) Wie lauten die Übergangsmatrizen der Basis B zur Basis $B_1 = (\vec{u}, \vec{v})$ und umgekehrt?

Aufgabe 3

Die Vektoren $\vec{v_1} = \begin{pmatrix} 1 \\ i \\ 0 \end{pmatrix}$ und $\vec{v_2} = \begin{pmatrix} 0 \\ i \\ i \end{pmatrix}$ spannen einen Unterraum U des $\mathbb{C}^3$ auf. Man gebe eine Orthonormalbasis des Unterraums U an.

Aufgabe 4 (10 Punkte)

(1) Gegeben seien im Vektorraum $\mathbb{R}^3$

$$B_1 = \left(\begin{pmatrix} -2 \\ 5 \\ 3 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} -3 \\ 2 \\ 1 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} -4 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix} \right) \quad \text{und} \quad B_2 = \left(\begin{pmatrix} -3 \\ 0 \\ 3 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} -4 \\ 2 \\ -1 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} -5 \\ 2 \\ -1 \end{pmatrix} \right).$$

(a) Man zeige, dass B_1 und B_2 Basen des $\mathbb{R}^3$ sind.

(b) Man bestimme die Basisübergangsmatrix von B_1 zur Basis B_2 und umgekehrt.

(2) Gegeben sei im Vektorraum $\mathbb{C}^3$ die Basis

$$B = \left(\begin{pmatrix} 1 \\ 5 \\ i \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 \\ -2 \\ 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} -1 \\ 3 \\ 5 \end{pmatrix} \right).$$

Man erzeuge aus B eine Orthonormalbasis.

Abgabetermin: Montag, 18.01.2016 um 10:00 Uhr in den Abgabefächern vor dem Raum 2303, WA.
WICHTIG: Aufgabe 4 muss sorgfältig bearbeitet und abgegeben werden. Versehen Sie Ihre Blätter vor dem Abgeben mit Namen, Matrikelnummer und Übungsgruppe und **tackern** Sie diese – Verwenden Sie bitte bei der Abgabe das folgende Deckblatt. Weitere Informationen auf http://www.mathematik.uni-kassel.de/mathfb16/index.html

Hausaufgabe 09

Nachname:														
Vorname:														
Studiengang:														
Matr.-Nr.:														
Gruppe:														
Punkte:														