

Aufgabe 1

In einem kartesischen Koordinatensystem sind die folgende Punkte gegeben:

$$A = \begin{pmatrix} 1 \\ -1 \\ 2 \end{pmatrix}, B = \begin{pmatrix} 1 \\ 5 \\ 2 \end{pmatrix}, C = \begin{pmatrix} -2 \\ 8 \\ 4 \end{pmatrix} \quad \text{und} \quad D = \begin{pmatrix} -2 \\ 2 \\ 4 \end{pmatrix}.$$

- (a) Zeigen Sie, dass das Viereck $ABCD$ (die Punkte sind entgegen dem Uhrzeigersinn benannt) ein Parallelogramm ist.
- (b) Geben Sie die Koordinaten des Schnittpunktes der Diagonalen des Parallelogramms $ABCD$ an.
- (c) Weisen Sie nach, dass die Diagonalen des Parallelogramms nicht senkrecht zueinander stehen.
- (d) Bestimmen Sie den Schnittwinkel der Diagonalen.
- (e) Ermitteln Sie die Koordinaten zweier Punkte E und F so, dass das Viereck $AECF$ ein Parallelogramm ist und \overline{EF} senkrecht zu den Diagonalen des Parallelogramms $ABCD$ steht.

Aufgabe 2

- (a) Beweisen Sie mit Hilfe des Skalarproduktes, dass gilt: liegt der Mittelpunkt des Umkreises eines Dreiecks auf einer Seite, so ist das Dreieck rechtwinklig.

- (b) Bestimmen Sie den Parameter $x \in \mathbb{R}$ so, dass die Punkte $A = \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 2 \end{pmatrix}$, $B = \begin{pmatrix} 5 \\ 5 \\ 2 \end{pmatrix}$, $C = \begin{pmatrix} 0 \\ 2 \\ -1 \end{pmatrix}$ und

$$D = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ x \end{pmatrix} \text{ in einer Ebene liegen.}$$

Hinweis: Spatprodukt.

Aufgabe 3 Die Vektoren u und v aus \mathbb{R}^3 besitzen jeweils die Länge 2 und erfüllen die Gleichung

$$\langle (2u - 3v), (2u + v) \rangle = -4.$$

Wie groß ist das Skalarprodukt $\langle u, v \rangle$? Welchen Winkel schließen u und v ein?

(Bitte wenden!)

Aufgabe 4 (10 Punkte)

(1) Gegeben sei das Dreieck mit den Eckpunkten $A = \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \\ -3 \end{pmatrix}$, $B = \begin{pmatrix} 6 \\ -2 \\ 8 \end{pmatrix}$ und $C = \begin{pmatrix} 5 \\ 6 \\ 4 \end{pmatrix}$ im \mathbb{R}^3 .

- (a) Zeigen Sie, dass das Dreieck ABC rechtwinklig mit Hypothenuse AB ist.
- (b) Berechnen Sie den Innenwinkel beim Punkt A .
- (c) Berechnen Sie den Flächeninhalt des Dreiecks ABC .

(2) Wir betrachten die Vektoren $u = \begin{pmatrix} x \\ 2 \\ 3 \end{pmatrix}$, $v = \begin{pmatrix} -1 \\ 1 \\ 3 \end{pmatrix}$ und $w = \begin{pmatrix} -1 \\ 0 \\ x \end{pmatrix}$ mit $x \in \mathbb{R}$.

Bestimmen Sie $x \in \mathbb{R}$ so, dass das Volumen des von den Vektoren u, v und w aufgespannten Spats 20 Volumeneinheiten ist.

(3) Gegeben sei ein Parallelogramm $ABCD$, wobei die Punkte entgegen dem Uhrzeigersinn benannt sind. Zeigen Sie mit Hilfe des Skalarproduktes folgende Eigenschaft

$$\|\vec{AB}\|^2 + \|\vec{BC}\|^2 + \|\vec{DC}\|^2 + \|\vec{AD}\|^2 = \|\vec{AC}\|^2 + \|\vec{BD}\|^2.$$

Abgabetermin: Dienstag, 21.11.2017 um 10:00 Uhr in den Abgabefächern vor dem Raum 2303, WA.

WICHTIG: Aufgabe 4 muss sorgfältig bearbeitet und abgegeben werden. Versehen Sie Ihre Blätter vor dem Abgeben mit Namen, Matrikelnummer und Übungsgruppe und **tackern** Sie diese – Verwenden Sie bitte bei der Abgabe das folgende Deckblatt. Weitere Informationen auf <http://www.mathematik.uni-kassel.de/mathfb16/index.html>

Hausaufgabe 03

Nachname:

--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--

Vorname:

--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--

Studiengang:

--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--

Matr.-Nr.:

--	--	--	--	--	--	--	--

Gruppe:

--	--

Punkte:

--	--

Hausaufgabe 03

Erzeugung des Codes

Falls Sie eines der Kästchen nicht ausfüllen können, bitte „KA“ für das jeweilige Kästchen notieren!

--	--

Erster und zweiter
Buchstabe Ihres
Vornamens

--	--

Tag des
Geburtsdatums
Ihrer Mutter

--

Erster Buchstabe
des Vornamens
Ihrer Großmutter
mütterlicherseits

--	--

Zweiter und dritter
Buchstabe Ihres
Geburtsortes

--

Anzahl Ihrer
älteren
Geschwister

Punkte:
