EIN SCHÜLERVERSUCH ZUR SIMULATION

nach T. EVERTON

Originaltitel in 'Teaching Statistics' Vol. 6 (1984), Nr. 4:

A Student's Attempt at Simulation

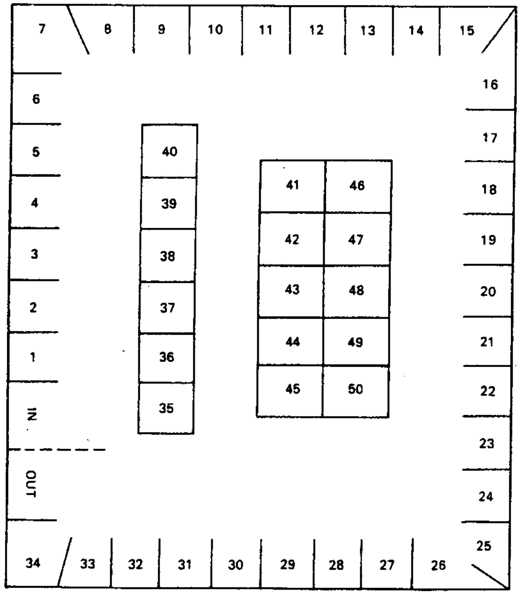
Übersetzung: A. Müller, Coburg

Der Verfasser beschrieb in einem früheren Artikel (1) die Ergebnisse der Simulation eines Warteschlangenproblems (Auffüllen eines Parkplatzes), die er mit Schülern einer 9. Klasse ausgeführt hat.

In diesem Beitrag stellt er den Versuchsaufbau nochmals vor und berichtet dann über die Schwierigkeiten, die beim Entwerfen und Verbessern des Ablaufes der Simulation auftraten.

Das Arbeitsblatt, seine Verbesserung und der Wunsch nach Realisierung

Die ersten Aktivitäten des Schülers wurden durch Mitschüler hervorgerufen. Ihre Anregungen für Verbesserungen schlugen sich in folgendem überarbeiteten Ablauf nieder:



Beschreibung:

Jedes Jahr Weihnachten öffnet eine Schule ihren Hof als Parkplatz für die Allgemeinheit, um Geld einzunehmen. Die Kapazität des Parkplatzes beträgt 50 Autos.

Problem:

Die Schüler, die Parkaufsicht führen, versuchen folgendes herauszubringen:

(1) Wie lange dauert es durchschnittlich, bis der Parkplatz gefüllt ist und

(2) wie lange muß man im Mittel warten, bevor ein freier Abstellplatz vorhanden ist, wenn der Parkplatz einmall voll ist.

(1) Methode zur Bestimmung der Durchschnittszeit bis zur Belegung des Parkplatzes

Mit Spielmarken als Modelle für Autos und unter Benutzung des vorgesehenen Diagramms fülle die Plätze auf dem Parkplatz. Benutze Zufallszahlen, um die Anzahl der Autos, die in jeder Minute ankommen, festzulegen. Wirf zur selben Zeit einen Würfel, um die Anzahl der Autos zu bestimmen, die pro Minute den Parkplatz verlassen. Beginne mit dem Würfeln erst 15 Minuten nach der Öffnung des Parkplatzes, da sonst innerhalb der ersten Minuten bereits Autos wegfahren würden.

Zufallszahl	Zahl der Autos, die pro Minute ankommen
0 oder 1	0
2 oder 3	1
4 oder 5	2
6 oder 7	3
8 oder 9	4

Zahl auf dem Würfel	Zahl der Autos, die pro Minute wegfahren
1 oder 2	0
3 oder 4	1
5 oder 6	2

Schreibe in einer Tabelle auf, wie viele Autos in jeder Minute auf dem Parkplatz geparkt sind, bevor 50 Autos da sind und der Parkplatz voll ist. Wiederhole das Zufallsexperiment mehrmals, um eine Durchschnittszeit zu erhalten, in der sich der Parkplatz füllt.

Wann sollte man erscheinen, um Wartezeiten zu vermeiden, wenn der Parkplatz um 9^{00} Uhr geöffnet wird?

(2) Methode zur Bestimmung der durchschnittlichen Wartezeit bei vollem Parkplatz

Fahre fort, Zufallszahlen zu nehmen und würfle weiter, um Autos ein- bzw. ausfahren zu lassen. Nimm jedes Mal das letzte Auto, das sich anstellt und bestimme die Zeit, die es braucht, um auf den Parkplatz zu kommen. Nimm dazu an, daß die Schlange höchstens sechs Autos umfaßt, da man sonst wegfährt, um nicht zu lange warten zu müssen.

Wiederhole diesen Vorgang 20 mal, halte die Ergebnisse in einer Tabelle fest und berechne daraus die durchschnittliche Wartezeit eines Autos bis zur Einfahrt in den Parkplatz.

Zwei der vorgenommenen Verbesserungen sollen als Diskussionsausschnitte dargestellt werden. Sie zeigen, wie andere Schüler zur Verfeinerung der Annahmen für das Zufallsexperiment beitragen können. Der ursprüngliche Ablauf sah nämlich Autos vor, die den Parkplatz bereits wenige Minuten nach der Öffnung verließen. Dies wurde sehr schnell von den Schülern als unrealistisch angesehen:

T.B.: Deswegen sollte man unbedingt eine halbe Stunde Parkzeit ansetzen, bevor jemand wegfährt, denn nach zwei Minuten ..., in der ersten Minute, d.h. er ist gerade hereingekommen ...

A.D.: Und gleich wieder wegfahren.

T.B.: ... und sofort wieder hinausgefahren. Aber ich weiß nicht wie ...

A.D.: Zwei Leute fahren in den ersten drei Minuten weg; das ist unrealistisch.

Wie man oben sehen kann, nimmt der verfeinerte Versuchsablauf Rücksicht auf diese Kritik.

Die 2. Verbesserung bezieht sich auf den 2. Teil des Versuches. Es wird die Wartezeit betrachtet, wenn der Parkplatz einmal voll ist. Das scheint eine lohnendere Anwendung der Simulation zu sein als der 1. Teil, da dort eine analytische Methode benutzt werden könnte. Beim ursprünglichen Ablauf des Versuches wurde die Tatsache nicht beachtet, daß eventuell große Schlangen wartender Autos entstehen könnten, aber in der verbesserten Version (siehe oben) nahm der Verfasser (R.G.) den Vorschlag von A.D. an, die maximale Länge der Schlange zu begrenzen.

A.D.: Wenn der Parkplatz voll ist, werden viel mehr Autos kommen als wegfahren ...

R.G.: Denke doch einmal praktisch. Hast Du jemals vor einem Einkaufszentrum einen großen Rückstau gesehen?

A.D.: Ich weiß, sie werden wahrscheinlich wegfahren, wenn sie in einer Schlange stehen, und nicht warten. Du mußt annehmen, daß dann, wenn die Schlange mehr als 10 Autos umfaßt, niemand mehr versucht, auf den Parkplatz zu kommen.

Es besteht kein Zweifel, daß die Schüler, die den Versuch ausführten, diese Tatsache als wichtig ansahen. Ihre Kritik und ihre Vorschläge zielten darauf ab, die Simulation eines Vorganges als genaue Wiedergabe der realen Welt zu sehen. Das sollte unbedingt im Auge behalten werden, wenn Lehrer solche Versuche ausführen. Selkirk hat kürzlich einige Beispiele für realistische Simulationen veröffentlicht (2).

Das Begreifen von Simulationen als eine gültige Methode und die Verbindung zur theoretischen Arbeit

Es könnte argumentiert werden, daß der 1. Teil des Versuchsablaufes so sehr vorhersehbar sei, daß man genügend Information hat, um das Problem theoretisch zu meistern, und daß folglich der praktische Versuch keinen erkennbaren Wert besitzt. Wie auch immer, es gibt zwei Argumente dagegen. Sehr oft ist das schwächere Argument folgendes: Auch wenn wir von der Richtigkeit einer Gesetzmäßigkeit überzeugt sind, benutzen wir sie erst dann gerne, wenn wir sie praktisch überprüft sehen.

Das stärkere Argument ist, daß die Schüler den praktischen Versuch freudig ausführten und sich sicherlich nicht vergegenwärtigt hatten, daß die Untersuchung der Durchschnittszahl der ankommenden und wegfahrenden Autos eine einfache Berechnung der erwarteten Füllzeit des Parkplatzes erleichtert. Erst in einem späteren Stadium wurde es einem Schüler (A.D.) klar, daß die Aufzeichnungen die erwartete Zunahme pro Minute ergaben, und daß sich eventuell eine riesige Schlange bilden könnte. Auch dann konnten die anderen

Schüler die Logik dieser Argumentation nicht erkennen und die Diskussion, die stattfand, zeigt die Vielfalt der Vorstellungen und die Stufe des Verstehens, die ein offenbar unkompliziertes Problem erzeugen kann.

A.D.: Aber man braucht 50 Minuten, um den Parkplatz mit 50 Autos zu belegen. Nach weiteren 50 Minuten wirst Du eine Schlange von 50 Autos haben oder nicht?

T.B.: Nein, wenn die Kapazität erreicht ist, geht es schneller mit dem Hineinfahren. Es ist wie mit dem Wasser, das man in ein Sieb schüttet. Du kannst das Sieb nie auffüllen, weil das Wasser so schnell wegläuft. Genauso ist es mit dem Parkplatz.

A.D.: Nein. Wenn Du vier Autos hast, die pro Minute ankommen und nur zwei, die wegfahren, wirst Du den Platz bald aufgefüllt haben und eine große Schlange erhalten.

T.B.: Ich weiß nicht was Du willst, Kamerad.

A.D.: Da kommen all die Leute an und füllen den Parkplatz. Es kommen aber immer noch welche. Sie werden sich anstellen. Es werden 50 weitere kommen. Es kommen aber nicht so viele heraus wie hineinwollen; und so wird sich eine Schlange bilden.

T.B.: Aber wenn es so lange dauert, den Parkplatz zu füllen und Autos kommen ... und er sich nicht auffüllt, dann müssen jede Menge Autos wegfahren. Richtig?

A.D.: Was meinst Du damit "wenn er sich nicht auffüllt"? Er füllt sich.

T.B.: Ja, aber es dauert lange, ihn zu belegen, weil die Nachfrage rapide abnimmt. Es werden nie vier Autos je Minute ankommen.

A.D.: Wenn Du das ausschließt und es so beendest, so ist es genauso wie am Anfang. Nur werden sich die Autos anderswo stauen, da die Autos dann eben woanders geparkt werden. Es ist genau das gleiche Problem, wie diesen Parkplatz aufzufüllen.

T.B. fuhr fort, ziemlich heftig gegen AD's perfekte Erklärung zu argumentieren und wir bräuchten eine wirkliche Ausführung des Problems, um ihn von seiner falschen Ansicht zu überzeugen. Also scheint der Einwand der Vorhersagbarkeit nicht gegeben zu sein, und es schien so, als ob einige der Schüler im Alter einer 9. Klasse anders lernen, als wir es erwarten. Dieser einzelne Schüler brauchte einen praktischen "Beweis", bevor er sich Gedanken über theoretische Gesichtspunkte machen konnte.

Zwei zusammenhängende Punkte können mit dieser Auseinandersetzung in Verbindung gebracht werden. Erstens sahen die Schüler sehr schnell die Simulation eines Vorganges als eine richtige und nützliche Methode. Hier hatten wir zwei Schüler, die eine Woche vorher nichts von der Existenz von Simulationen wußten, dies jetzt aber als ein Mittel in ihrer Diskussion benutzten. Zweitens ist für manche Schüler eine praktische Demonstration in Form eines Versuches überzeugender als eine augenscheinlich einfache analytische Aufbereitung. Die praktische Versuchsausführung kann nichts beweisen, aber sie kann dazu dienen, die Schüler zu überzeugen und zum Nachdenken anzuregen, so daß sie sich dann mehr für den Beweis interessieren. Vielleicht sollten wir mehr darauf vorbereitet sein, älteren Schülern konkrete Hilfsmittel an die Hand zu geben, damit sie verstehen, daß solche Experimente anerkannte Teile des elementaren Mathematikunterrichts sind, und daß wir erkennen, wie wichtig es ist, abstrakte theoretische Gedankengänge durch praktische Erfahrungen vorzubereiten.

Die Vorteile dieser Art von Arbeit

Der Ablaufplan könnte sicherlich immer noch verbessert werden. Jetzt wird das letzte pro Minute ankommende Auto gestoppt (was eine unnatürlich hohe Wartezeit brächte), aber bei einer Änderung wäre die Versuchsausführung ungenügend erklärt. Ebenso wird kein Vorschlag gemacht, den Anteil der Parker, die wegfahren wollen, einzukalkulieren, was ein interessanter zusätzlicher Untersuchungsgegenstand wäre. Es ist wahrscheinlich besser, solche Vorschläge anderen Schülern zu überlassen, die die Arbeitsanweisung lieber ausführen als ihr Lehrer. Der Originalentwurf des Ablaufplanes eines Zufallseyperimentes ist sicherlich eine nützliche Lernerfahrung für den oder die Schreiber; aber für die, die das Arbeitsblatt benutzen, muß festgestellt werden, daß das Nachdenken und die Diskussion über Verfeinerungen und Verbesserungen genauso wertvoll sind.

Einige der weniger häufig festgestellten Aktivitäten - aufgelistet bei Cockroft (3) - sind Problemlösen, praktische Ausführung und Diskussion. Die Arbeit mit der Simulation zufälliger Ereignisse bringt einen Gewinn für jede dieser drei Aktivitäten, wenn sie wie oben beschrieben ausgeführt wird.

Literatur

1 EVERTON, T. (1984). Probabilistic Simulation in the Classroom. Teaching Statistics, 6.1

2 SELKIRK, K.E. (1983). Simulation exercises for the classroom. Mathematics in School, 12.1 to 12.5

3 COCKROFT, W.H. (Chairman) (1982). Mathematics Counts, H.M.S.O., London