ANALOGIEN UND PARABELN IM STATISTIK-UNTERRICHT

nach James K. Brewer

Originaltitel in "Teaching Statistics" Vol. 11 (1989) Nr. 1:

Analogies and Parables in the Teaching of Statistics

Bearbeitung: Hans-Joachim Bentz, Osnabrück

Kurzfassung: Durch den bildhaften Vergleich schwieriger konzeptueller Abschnitte in der Statistik mit bekannten Situationen kann man das Verständnis bei Lernenden erheblich fördern. Beispiele solcher Parabeln zeigen die Möglichkeiten auf.

Die meisten Statistik-Lehrer haben, ebenso wie ihre Studenten, zu mehr als einer Gelegenheit die Frustration und Entmutigung erfahren, welche daher rührt, daß man sich besonders abgemüht hat, ein schwieriges statistisches Konzept zu erklären. Dies trifft in verstärktem Ausmaß zu, wenn es um einführende Kurse oder Kurse für Anwender geht, in denen man auf wenig mathematische Voraussetzungen bauen kann. Ziel dieses Beitrags ist, einige solcher Analogien darzustellen, die Verständnisschwierigkeiten beim Testen von Hypothesen mindern helfen sollen.

1. Hypothesentesten und erläuternde Analogien dazu

Das englisch-amerikanische System der Rechtssprechung bietet eine Analogie für die Logik des Hypothesentestens, welche Studenten beeindruckt und die lange haften bleibt. Mit einer Nullhypothese H_0 "der Angeklagte ist unschuldig" und einer Gegenhypothese H_1 "der Angeklagte ist schuldig" werden andere Analogien erzeugt, z.B. Grad der Schuld für den "effect size".

Damit kann der Student die relative Bedeutung von α- und β-Fehlern sehen, die damit zusammenhängen, ob er Verteidiger oder Ankläger ist. In gleicher Weise kann man leicht einsehen, daß der erforderliche Umfang an Daten (Beweismaterial) eine Funktion des Niveaus der Schuld und der Fehlerraten erster und zweiter Art, α und β, ist. Wenn die Jury sich zur Beratung zurückzieht, wird sie darauf aufmerksam gemacht, daß H_0 als wahr anzunehmen ist, und, daß sie die Beweislage unter dieser Bedingung abzuwägen habe, d.h., sie hat die Wahrscheinlichkeit für das Beweismaterial unter der Bedingung, daß H_0 wahr ist, zu "berechnen". Das ist analog zur Berechnung des p-Werts des Beweismaterials B, nämlich $p = P(B|H_0)$.

In der Ausführung ihres Urteilsspruchs erklärt die Jury auf "schuldig", falls p sehr klein ist, und auf "nicht schuldig", wenn p nicht ganz so klein ist. Die Studenten werden bemerken und wertschätzen, daß eine Jury nicht jemanden für "unschuldig" erklären kann, weil das die Annahme war, die am Ausgang des Verfahrens stand.

Innerhalb des Testens von Hypothesen ist der "effect size", der Grad der "Falschheit" der Nullhypothese, falls sie als falsch unterstellt wird, ein Konzept, das viel Kopfzerbrechen bereitet, da es weder traditionelle noch standardmäßig verbindliche Werte gibt, wie etwa beim α-Niveau mit 0.05 oder 0.01. Die Beziehung zwischen "effect size" (ES) und Stichprobenumfang (n) für ein festes α und β kann durch folgende zwei Analogien etwas erhellt werden (siehe Brewer, 1978 und 1978):

(1) Eine Nähnadel bzw. einen Ball in einem Heuhaufen suchen.

(2) Die Größe von Fischen, die man mit einem Netz fängt.

[Dabei sei unterstellt, daß der Test auf Mittelwert $\mu=\mu_0$ gegen die Alternative $\mu\neq\mu_0$ in folgenden Rahmen eingebettet ist: Die Kontrollgruppe hat Erwartungswert $\mu=\mu_0$, die Versuchsgruppe $\mu=\mu_1$. Die Differenz $D = \mu_1-\mu_0$ ist demnach der "Behandlung" zuzuschreiben. Der "wahre" Wert von D ist der Behandlungseffekt ("effect size").]

Für die erste Analogie scheint es klar, daß man den Heuhaufen in mehr Teile zerlegen muß (großes n), wenn man die Nähnadel finden will, als wenn man den Ball sucht. [Die Nähnadel entspricht einem kleinen D, d.h. man versucht, einen kleinen Behandlungseffekt nachzuweisen; der große Ball entspricht einem großen D, d.h. man begnügt sich damit, lediglich einen großen Behandlungseffekt nachzuweisen.]

In der zweiten Analogie muß der Fischer, der kleine Fische fangen will (kleine ES), ein Netz mit viel mehr und kleineren

Löchern (großes n) verwenden als wenn er nur große Fische fangen möchte. Zu verstehen, daß in einem Netz mit kleinen Löchern große und kleine Fische gefangen werden können, aber umgekehrt in einem Netz mit großen Löchern nicht, kann Studenten helfen, einzusehen, daß man großes n benötigt, wenn man kleine und große Behandlungseffekte erkennen möchte. Für Studenten mit ausreichenden mathematischen Kenntnissen kann man das Hypothesentesten mit dem Beweisschema des indirekten Beweises vergleichen (Brewer und Reeves, 1980). Diese Analogie läßt klarstellen, daß Hypothesentesten nicht ein Beweis im mathematischen Sinn ist, und, warum es dies nicht sein kann.

2. Abschließende Bemerkungen

Jeder Lehrende hat so seine Lieblingsillustration zu speziellen Konzepten. Der Leser kann leicht weitere Analogien ergänzen, etwa zur Lage und Breite von Daten, zur z-Transformation, zu Wahrscheinlichkeit, zu Vertrauensintervallen und zu Bayes-Problemen.

Wie hausbacken auch so manche dieser Analogien erscheinen mögen, dem Lernenden könnte gerade sie den Schlüssel zum Verstehen eines bestimmten Konzepts bieten. Läßt man Lernende selbst Analogien erfinden, so erhält man interessante Aufschlüsse über ihren Wissensstand. Die gefundenen Analogien können überdies in der Klasse ausgetauscht werden. Als Lehrende sollten wir bemüht sein, alles zu tun, um das Verständnis von statistischen Konzepten zu fördern. Ein Weg dazu ist, Parallelen zwischen diesen Konzepten und bereits bekannten Dingen zu ziehen.

Literatur:

Brewer, J.K.: Effect size: The most troublesome of the hypothesis testing considerations. In: Center on Evaluation, Development and Research Quarterly 11 (1978) 4, 7-10.

Brewer, J.K.: Everything you always wanted to know about statistics, but don't know how to ask. Dubuque, Iowa: Kendall-Hunt 1978.

Brewer, J.K. und Reeves, Z.: Hypothesis testing and proof by contradiction: An analogy. In: Teach. Stat. 2(1980)2, 57-59.