

### Leserbriefe

#### G. Getrost, Darmstadt: Zum Beitrag von Helmut Wirths "Beziehungshaltige Mathematik in Regression und Korrelation (Stochastik in der Schule 11(1991), Nr. 1, S. 34 - 53)

In dem Beitrag heißt es über den Korrelationskoeffizienten  $r$  auf Seite 38, daß man " $r$  als Kosinus des Winkels, den die beiden Ausgleichsgeraden einschließen", definieren kann.

Dieses Mißverständnis entsteht wohl durch die Definition des Korrelationskoeffizienten  $r$  der Meßreihe  $(x_i; y_i)$ ,  $i = 1, \dots, n$ , als Skalarprodukt der Einheitsvektoren

$$\left( \frac{x_i - \bar{x}}{s_x} \right) \quad \text{und} \quad \left( \frac{y_i - \bar{y}}{s_y} \right),$$

$$\text{mit } \bar{x} = \frac{1}{n} \sum x_i, \quad \bar{y} = \frac{1}{n} \sum y_i \quad \text{und} \quad s_x^2 = \sum (x_i - \bar{x})^2, \quad s_y^2 = \sum (y_i - \bar{y})^2.$$

$$\text{Setzt man } s_{xy} = \sum (x_i - \bar{x})(y_i - \bar{y}), \text{ so ist } r = \frac{s_{xy}}{s_x \cdot s_y}.$$

Die beiden Regressionsgeraden durch  $(\bar{x}; \bar{y})$  haben die Steigungen  $m_1$  und  $\frac{1}{m_2}$

$$\text{mit } m_1 = \frac{s_{xy}}{s_x^2} = r \cdot \frac{s_y}{s_x}, \quad m_2 = \frac{s_{xy}}{s_y^2} = r \cdot \frac{s_x}{s_y}$$

so daß für den Winkel  $\varphi$  zwischen diesen Geraden gilt

$$\tan \varphi = \frac{\frac{1}{m_2} - m_1}{1 + \frac{1}{m_2} \cdot m_1} = \left( \frac{1}{r} - r \right) \cdot \frac{s_x \cdot s_y}{s_x^2 + s_y^2} \leq \frac{1 - r^2}{2r}.$$

(Die Regressionsgeraden für die zentrierten normierten Meßwerte haben die Steigungen  $r$  und  $\frac{1}{r}$ , so daß der Kosinus des eingeschlossenen Winkels  $\frac{2r}{1+r^2}$  ist.)

Man kann also lediglich sagen: Je spitzer der Winkel zwischen den Regressionsgeraden, um so größer der Korrelationskoeffizient.

Beispiel: Für die Meßwerte

x	6	2	2	-2
y	5	5	-3	-3

$$\text{ist } \bar{x} = 2, \quad \bar{y} = 1 \quad \text{und} \quad s_x^2 = 32, \quad s_y^2 = 64, \quad s_{xy} = 32.$$

$$\text{Somit ist } r = \frac{1}{\sqrt{2}} \quad \text{und} \quad \tan \varphi = \frac{1}{3} \quad \text{bzw.} \quad \cos \varphi = \frac{3}{\sqrt{10}}$$

Für den Winkel  $\alpha$  zwischen den Vektoren  $\vec{x} = (6, 2, 2, -2)$  und  $\vec{y} = (5, 5, -3, -3)$  gilt

$$\cos \alpha = \frac{\vec{x} \cdot \vec{y}}{|\vec{x}| \cdot |\vec{y}|} = \frac{5}{\sqrt{51}}.$$

#### Leserbrief von Helmut Wirths, Oldenburg:

Schüler erleben im Unterricht bei der Einführung des Korrelationskoeffizienten  $r$  eine interessante Situation, die für sie enorm spannend werden kann. Sie erfahren anhand der Ideen, die zur Definition von  $r$  führen, wie sich an dieser Stelle Mathematik entwickelt hat. Sie sehen aber gleichzeitig in dem sehr suggestiven Bild der Regressionsschere, wie der Begriff auch hätte definiert werden können. Im Leserbrief zeigt G. Getrost deutlich die Unterschiede beider Sichtweisen auf.

Als Mathematiklehrer fühle ich mich nicht nur der fertigen Mathematik verpflichtet. Ich möchte auch die Entwicklung zur fertigen Mathematik hin erlebbar machen. Bei der Einführung des Korrelationskoeffizienten kann ich eine interessante Verzweigungsstelle deutlich machen. "Warum hat man den Korrelationskoeffizienten  $r$  nicht als Kosinus des Winkels, den die Ausgleichsgeraden einschließen, definiert?", ist eine von meinen Schülern mehrfach gestellte Frage. Hat sich historisch diese Frage überhaupt gestellt? Wenn ja, warum hat man diese Alternative verworfen?

Es wäre eine große Hilfe zur Gestaltung eines lebendigen Unterrichts, wenn eine Leserin oder ein Leser dieser Zeitschrift zu diesen Fragen einmal etwas veröffentlichten könnte.