Isaac Newton - Der moderne statistische Berater

von *Leslie Glickman*[†], Brighton; Übersetzung: *Manfred Borovcnik*, Klagenfurt

Kurzfassung: Aus der historischen Analyse der Vorgehensweise bei der Lösung eines speziellen Problems (in der eine damals übliche Fehlvorstellung zu einer falschen Erwartungshaltung führte) kann man viel für die moderne statistische Beratung lernen. Das zeigt der Autor am Beispiel von Newton, der sich nur sporadisch mit Problemen der Wahrscheinlichkeit auseinandersetzte und dennoch in seiner Herangehensweise beispielgebend ist.

1. Einleitung

Als Naturwissenschafter und Physiker braucht Isaac Newton (1642-1727) nicht vorgestellt zu werden. Seine tiefliegenden Beiträge zur Mathematik und zur Physik sind bestens dokumentiert. Es gibt da aber eine bemerkenswerte Ausnahme. Newton unternahm wenig Anstrengung, sich mit der Wahrscheinlichkeitsrechnung, die sich gerade in der zweiten Hälfte des 17. Jh. entwickelte, zu beschäftigen. Einige Ideen zur Wahrscheinlichkeit tauchen zwar in seinen wissenschaftlichen Werken auf (siehe Sheynin 1971), aber es gibt bei ihm keine systematische Behandlung des Gegenstandes. Wenn er Wahrscheinlichkeitsprobleme behandelte, so war dies gewöhnlich auf die Anfrage anderer hin.

2. Samuel Pepys stellt ein Problem

Ein solcher Anlaß war der berühmte Tagebuchschreiber Samuel Pepys (1633-1703). Im Jahr 1693 unterbreitete er Newton über Vermittlung von John Smith folgendes Problem:

‘Die Frage

A - hat 6 Würfel in einer Schachtel, mit denen er eine Sechs werfen soll

B - hat in einer anderen Schachtel 12 Würfel, mit denen der zwei Sechsen werfen soll

C - hat in einer anderen Schachtel 18 Würfel, mit denen er drei Sechsen werfen soll

F - ob B und C eine nicht so leichte Aufgabe haben wie A mit demselben Glück [at even luck]’

Der Witz der Frage ist: Sollten die Wahrscheinlichkeiten für A, B und C wegen 1:6 = 2:12 = 3:18 denn nicht gleich sein? Solch ‘proportionales’ Denken machte in jenen Zeiten die Basis für eine Vielzahl von Spielerfaustregeln aus.

3. Newton auf der Suche nach Klärung

Bevor wir das obige Problem lösen, ist es lehrreich, Newtons erste Antwort an Pepys am 26. November 1693 zu beachten. Er deutet an, daß er erst den einfacheren Fall untersuchte, in welchem A einen und B zwei Würfel wirft (und dabei heraus fand, daß A einen Vorteil hat). Es scheint, daß Newton das Problem anfänglich als ein Wartezeitexperiment aufgefaßt hat: A wirft sechs Würfel bis eine Sechs erscheint, dann wirft B 12 Würfel bis zwei Sechsen erscheinen; und so weiter. Aber bald erkannte er, daß dies nicht mit dem gestellten Problem übereinstimmt, denn A würde einen Vorteil haben, weil er zuerst wirft, doch die Frage verlangt ‘bei demselben Glück’ [at even luck].

Newton meinte daher, daß das Problem in der Formulierung in der Alltagssprache ‘schlecht gestellt’ war. Auf seiner einfachsten Interpretation des Sinns der Worte (siehe David 1957) nahm er an:

(a) A, B und C werfen gleichzeitig.

(b) Eine Sechs zu werfen bedeutet, mindestens eine Sechs zu werfen.

(c) A, B und C werfen genau einmal; mit anderen Worten, die Zahl der Versuche ist fixiert und wir haben es nicht mit einem Wartezeitproblem zu tun.

Nachdem Newton diese Fragen geklärt hatte, schritt er zur Lösung des Problems und führte einige seiner Berechnungen in einem zweiten Brief an Pepys, datiert mit 16. Dezember 1693, im Detail aus.

4. Newton löst das Problem

Mit den Annahmen von oben und der Kenntnis der Binomialverteilung wird es zu einer leichten Aufgabe, diese Probleme zu lösen, sogar für den Anfänger.

$$
\begin{aligned}
W(A) &= W(\text{mindestens eine 6 in einem Wurf mit sechs Würfeln}) \\
&= 1 - W(\text{keine 6 in einem Wurf mit sechs Würfeln}) \\
&= 1 - \binom{6}{0} \cdot \left(\frac{1}{6}\right)^0 \cdot \left(\frac{5}{6}\right)^6 \\
&= 0.6651
\end{aligned}
$$

$$
\begin{aligned}
W(B) &= W(\text{mindestens zwei 6en in einem Wurf mit zwölf Würfeln}) \\
&= 1 - W(\text{keine 6 oder eine 6 in einem Wurf mit 12 Würfeln}) \\
& \quad 1-\binom{12}{0}\cdot\left(\frac{1}{6}\right)^{0}\cdot\left(\frac{5}{6}\right)^{12}-\binom{12}{1}\cdot\left(\frac{1}{6}\right)^{1}\cdot\left(\frac{5}{6}\right)^{11} \\
&= 0{,}6187
\end{aligned}
$$

In ähnlicher Weise erhält man

$$
\begin{aligned}
W(C) &= W(\text{mindestens drei 6en in einem Wurf mit 18 Würfeln}) \\
&= 0.5973
\end{aligned}
$$

Es gilt daher W(A) > W(B) > W(C), im Gegensatz zur stillschweigenden Erwartung von Pepys.

Newton war sicherlich vertraut mit der Binomialreihe (sie erscheint in der ersten Ausgabe seiner *Principia*); aus seinen Berechnungen geht nicht ganz klar hervor, ob er die Rolle des Binomialtheorems im obigen Beispiel bewußt erkannte. Man würde ihm dies gerne zuschreiben, denn, zur selben Zeit, als Newton und Pepys sich über diese Würfelfrage verständigten, benutzten andere berühmte Mathematiker wie Jakob Bernoulli explizit das Binomialtheorem [gemeint ist wohl die Binomialverteilung], um Wahrscheinlichkeitsprobleme zu lösen. Ein intellektueller Austausch zwischen Mathematikern am Festland und in England zu dieser Zeit kann aber nicht ganz klar nachvollzogen werden. Wenn die Differentialrechnung von Newton und jene von Leibniz unabhängige Erfindungen gewesen sind, was als allgemein gültig gilt, dann scheint es unwahrscheinlich, daß Newton von jenen Entwicklungen auf dem Kontinent gewußt hat, die den weniger bekannten Zweig der Mathematik, genannt Wahrscheinlichkeit, betreffen.

5. Newton gibt die Richtung vor

Newtons Ausflug in die Wahrscheinlichkeitstheorie ist nicht vergleichbar mit seinen anderen Leistungen. Dennoch hat er uns ein Vermächtnis von Leitlinien hinterlassen, wie man bei der Lösung eines Problems, das andere einem gestellt haben, vorgeht. Wir führen einige Punkte auf:

(a) Überprüfe die alltagssprachliche Formulierung eines Problems sorgfältig. Diskutiere das Problem mit dem ‘Kunden’ und versuche dabei dessen Anforderungen zu verstehen.

(b) Schau nach häufig auftauchenden Mehrdeutigkeiten in der Formulierung des

Problems aus. Zum Beispiel, bedeutet ‘ein’ Ausgang ‘genau einen’ oder ‘mindestens einen’?

(c) Überprüfe die Bedingungen des Experiments sorgfältig. Zum Beispiel, ist es vom Typ einer Wartezeit (geometrische oder negativ binomiale Verteilung) oder ist es vom Typ eines Experiments mit einer festen Anzahl von Versuchen?

(d) Wenn das Problem komplex ist, versuche zuerst einfachere Versionen davon. Sie könnten dir Einsicht geben, wie man das ursprüngliche Problem löst.

(e) Wann immer dies möglich ist, wende die neuesten Techniken an, die auf dem gegenwärtigen Stand des Faches begründet sind.

Wir müssen Schell (1960) beipflichten, daß jeder Statistiker in der Praxis ‘einen hohen Grad an Verwandtschaft’ mit Isaac Newton und seiner Betonung der eigentlichen Formulierung eines Problems und der Frage, ob man es korrekt verstanden hat, fühlt.

Literatur:

Chaundy, T.W. und Bullard, J.E. (1960): John Smith’s problem, *The Mathematical Gazette* 44, 253-260.

David, F.N. (1957): Mr Newton, Mr Pepys & Dyse: A Historical Note’, *Annals of Science* 13, 137-147.

David, F.N. (1962): *Games, Gods & Gambling: A History of Probability and Statistical Ideas*, London und High Wycombe: Charles Griffin & Co. Ltd.

Gani, J. (1982): Newton on a Question Touching the Different Odds upon Certain Given Chances upon Dice, *Math. Scientist* 7, 61-66.

Schell, E.D. (1960): Samuel Pepys, Isaac Newton, and Probability, *The American Statistician* 14, 27-30.

Sheynin, O.B. (1971): Newton and the Classical Theory of Probability, *Archive for History of Exact Sciences* 7, 217-243.