

Erfahrungen mit einer Leistungskurs-Abituraufgabe

von Heinz Klaus Strick

Unterrichtliche Voraussetzungen

Stochastik war Thema des Leistungskurses in der Stufe 12.2. Insgesamt fanden in dem Sommerhalbjahr nur 74 Unterrichtsstunden statt, die sich mit stochastischen Fragestellungen beschäftigten; 4 weitere Stunden des kurzen Halbjahrs dienten zur Wiederholung von Themen aus der Analysis, die in der 1.Klausur in 12.2 (März 95) ebenfalls noch abgeprüft wurden.

Folgende Themen wurden behandelt:

Einführung in die Wahrscheinlichkeitsrechnung (Zufallsversuche, Empirisches Gesetz der Großen Zahlen, LAPLACE-Versuche), Pfadregel, Ziehen mit und ohne Zurücklegen, Bedingte Wahrscheinlichkeiten, Kombinatorische Hilfsmittel, Hypergeometrische Verteilung, Geburtstags- und Rosinenproblem, Rencontre-Problem, Geometrische Reihe und geometrische Verteilung (Warten auf einen Erfolg), Zufallsgrößen, Binomialverteilung, kumulierte Verteilung - Umgang mit dem Tafelwerk, Schubfachprinzip, POISSON-Näherung, Testen von Hypothesen (Zweiseitiger Binomialtest, Fehler beim Testen von Hypothesen, Rangsummentest), Erwartungswert und Standardabweichung, σ -Regeln, lokale und integrale Näherungsformeln von MOIVRE und LAPLACE, Schluß von der Gesamtheit auf die Stichprobe, Schluß von der Stichprobe auf die Gesamtheit (Konfidenzintervall)

In der Stufe 13.2 erfolgten dann Wiederholungen und Vertiefungen (ca. 15 Std.): Einseitige Hypothesentests, notwendiger Umfang einer Stichprobe, Referate von (Spitzen-) Schüler/innen über andere Testverfahren (χ^2 -Anpassungstest, Exakter Test von FISHER, Testen normalverteilter Zufallsgrößen).

Für die Aufsichtsbehörde erläuterte ich folgendes zu den Voraussetzungen der Stochastikaufgabe:

„Alle Aufgabentypen wurden in 12.2 und 13.2 (einseitiger Hypothesentest) behandelt; jedoch nie in einem gemeinsamen thematischen Zusammenhang; geübt ist das Schreiben von Texten zum umgekehrten Baumdiagramm, die Schätzung von Anzahlen, die Verwendung der Näherungsformeln, die rekursive Wahrscheinlichkeitsberechnung bei BERNOULLI-Versuchen ebenso wie die POIS-

SON-Näherung. Wichtig war auch schon im Unterricht die sachbezogene Beschreibung von Fehlern beim Hypothesentest.“

Aufgabenstellung

1

CDU/CSU kann sich auf ältere Wähler verlassen

Bonn / Berlin - Bei der Bundestagswahl 1994 erreichte die CDU/CSU einen Anteil von 41,5% der abgegeben gültigen Zweitstimmen. Diese Stimmen kamen überwiegend von Wählerinnen und Wählern über 45 Jahren: 65% der CDU/CSU-Wähler gehören dieser Altersgruppe an. Bei den Wählern der übrigen Parteien macht diese Altersgruppe im Mittel nur 48% des Stimmenanteils aus.

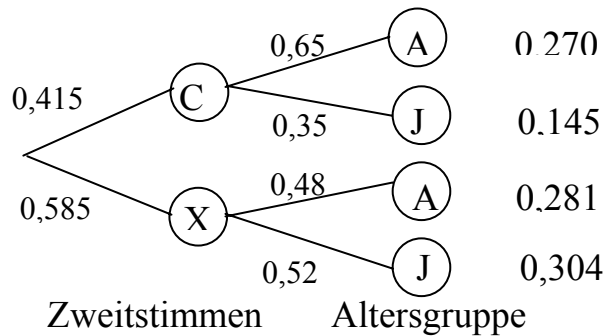
- 1.1 Stellen Sie die in der Zeitungsnotiz festgehaltenen Daten in einem Baumdiagramm und in einer geeigneten Vierfeldertafel dar.
- 1.2 Bestimmen Sie das ‘umgekehrte’ Baumdiagramm und halten Sie die dort ablesbaren Angaben in Form eines kurzen Zeitungsartikels fest.
- 2 36,4% der Wähler stimmten bei der Bundestagswahl 1994 für die SPD. Angenommen, man hätte am Wahltag 1000 Wähler beim Verlassen des Wahllokals zufällig ausgesucht und befragt (und diese hätten wahrheitsgetreu geantwortet):
 - 2.1 Wie viele Wähler hätten angegeben, daß sie SPD gewählt haben? Geben Sie eine Punkt- und Intervallschätzung auf dem 90%-Niveau an.
 - 2.2 Mit welcher Wahrscheinlichkeit hätte man in der Stichprobe mehr als 400 SPD-Wähler erfaßt?
- 3 3,6 % der Wähler gaben ihre Stimme einer Partei, die nicht in den Bundestag einzog.
 - 3.1 Wie groß ist die Wahrscheinlichkeit, daß in einer Zufallsstichprobe vom Umfang 100 kein Wähler einer solchen Partei, ein Wähler, zwei Wähler, mehr als zwei Wähler ausgesucht werden?
 - 3.2 Sie die Ergebnisse aus 2.3.1 mit denen der POISSON-Näherung.
- 4 Die F.D.P. erlebte bei der Bundestagswahl 1994 im Vergleich zu den früheren Wahlen einen großen Stimmenverlust: Nur 6,9 % stimmten für diese Partei. Der Parteivorsitzende führte dies darauf zurück, daß der Bevölkerung nicht deutlich genug wäre, welchen Anteil die F.D.P. an den Erfolgen der Bundesregierung habe. Der Parteivorstand beschließt trotz der Bedenken des Schatzmeisters, der die Parteigelder verwaltet, im Hinblick auf be-

vorstehende Landtagswahlen eine größere Informationskampagne, um bei den Wählern die Rolle der F.D.P. besser zu verdeutlichen. Es wird vereinbart, danach in einer Stichprobe 1200 Wahlberechtigten die Frage zu stellen, welche Partei sie wählen würden, wenn am nächsten Sonntag Wahlen wären.

- 4.1 Interpretieren Sie den Vorgang als Hypothesentest. Welche Hypothesen können getestet werden?
- 4.2 Geben Sie die zugehörigen Entscheidungsregeln an ($\alpha = 5\%$).
- 4.3 Beschreiben Sie jeweils Fehler 1. und 2. Art und mögliche Auswirkungen dieser Fehler in der Sachsituation.

Erwartete Schülerleistungen und Bewertungsvorschlag

2.1.1

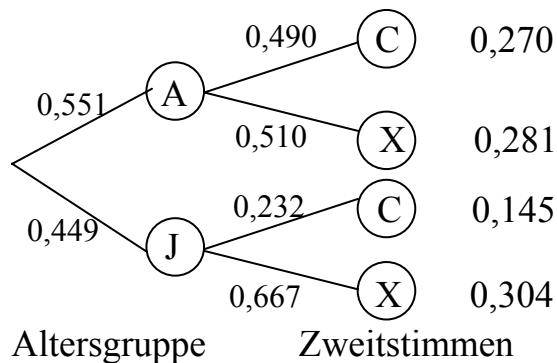


4 Punkte

	jünger	älter	ges.
CDU	0,145	0,270	0,415
sonst. Parteien	0,304	0,281	0,585
ges.	0,449	0,551	1

3 Punkte

2.1.2



4 Punkte

Hätten nur die Bürgerinnen und Bürger bis zum Alter von 45 Jahren das Wahlrecht, hätte die CDU/CSU beider Bundestagswahl 1994 noch nicht einmal ein

Drittel der Stimmen erreicht (32,3%). Unter den über 45jährigen Wählern verpaßte sie knapp die absolute Mehrheit (49,0%). Diese Gruppe stellt den größten Teil der Wählerschaft dar (55,1%).

4 Punkte

2.2.1 X: Anzahl der SPD - Wähler ; $p = 0,364$; $n = 1000$

$$\mu = 364 ; \sigma = 15,22 ; 1,64 \sigma = 24,95 \quad \text{Punktschätzung: } \mu = 364$$

$$90\% \text{ - Intervallschätzung: } [340;388] \quad 3 \text{ Punkte}$$

2.2.2 $P(X > 400) = 1 - P(X \leq 400)$

$$\approx 1 - \Phi\left(\frac{400,5 - 364}{15,22}\right) \approx 1 - \Phi(2,40) \approx 0,008 \quad 3 \text{ Punkte}$$

2.3.1 X : Anzahl der Wähler, die nicht in den Bundestag einzieht

$$p = 0,036 ; n = 100$$

$$P(X = 0) = 0,964^{100} = 0,026$$

$$P(X = 1) = \frac{100}{1} \cdot \frac{0,036}{0,964} \cdot P(X = 0) = 0,095$$

$$P(X = 2) = \frac{99}{2} \cdot \frac{0,036}{0,964} \cdot P(X = 1) = 0,177$$

$$P(X > 2) = 1 - P(X \leq 2) = 0,702 \quad 5 \text{ Punkte}$$

2.3.2 $\mu = 3,6$ $P(X = 0) = e^{-\mu} = 0,027$

$$P(X = 1) \approx \frac{\mu}{1} \cdot P(X = 0) = 0,098$$

$$P(X = 2) \approx \frac{\mu}{2} \cdot P(X = 1) = 0,177$$

$$P(X > 2) \approx 0,698 \quad 4 \text{ Punkte}$$

2.4.1 Mögliche Hypothesen

H_1 : Der Anteil der F.D.P.-Wähler ist größer (geworden). ($p > 0,069$)

H_2 : Der Anteil der F.D.P.-Wähler ist höchstens so groß wie vorher.

$$(p \leq 0,069)$$

Der Parteivorstand vertritt mehrheitlich die Hypothese H_1 , der Schatzmeister Hypothese H_2 . Sie lassen sich von ihrer Meinung nur abbringen bei signifikanten Abweichungen noch unten bzw. oben. 4 Punkte

2.4.2 H_1 : Für $p = 0,069$ ist $\mu = 82,8$ und $\mu - 1,64 \sigma = 68,4$

Für $p > 0,069$ ist $\mu - 1,64 \sigma > 68,4$

Entscheidungsregel: Verwirf H_1 , falls weniger als 69 F.D.P.-Wähler in der Stichprobe gefunden werden.

H_2 : Für $p = 0,069$ ist $\mu = 82,8$ und $\mu + 1,64\sigma = 97,2$

Für $p < 0,069$ ist $\mu + 1,64\sigma < 97,2$

Entscheidungsregel: Verwirf H_2 , falls mehr als 97 F.D.P.-Wähler in der Stichprobe gefunden werden. 6 Punkte

2.4.3 H_1 : Fehler 1. Art: Der Anteil der F.D.P.-Wähler ist größer geworden. In der Stichprobe tritt eine signifikante Abweichung nach unten auf.

(Der Parteivorstand gerät in Panik. Der Schatzmeister fühlt sich bestätigt.)

Die Informationskampagne hat genutzt, dies wird nicht erkannt.

Fehler 2. Art: Der Anteil der F.D.P.-Wähler ist nicht größer geworden. In der Stichprobe liegt ein Ereignis vor, daß keinen Anlaß zum Verwerfen von H_1 gibt. (Der Parteivorstand fühlt sich bestätigt.) Die Informationskampagne hat nichts genutzt, aber man merkt es nicht.

6 Punkte

H_2 : Fehler 1. Art: wie Fehler 2. Art bei H_1 : Der Schatzmeister ist scheinbar widerlegt worden. Das Geld ist ohne Nutzen ausgegeben worden.

Fehler 2. Art: wie Fehler 1. Art bei H_1

Der Schatzmeister ärgert sich über die Geldverschwendung und ahnt nicht, daß die Investition etwas genutzt hat. 4

Punkte

Zu den erreichten Ergebnissen

Die Schüler und Schülerinnen hatten in Stufe 12.2 Aufgaben vom Typ Teilaufgabe 1 mit besonderem Interesse bearbeitet; es wunderte mich daher nicht, daß die vorgesehene maximale Punktwertung der Teilaufgabe zu 96% vergeben werden konnte. Auch mit den in den Teilaufgaben 2 und 3 verlangten eher technisch-rechnerischen Fertigkeiten kamen die meisten zurecht (73% der Punktwertung); aber auch die 4. Teilaufgabe (in der eine ausführliche Erläuterung des Testverfahren verlangt wurde), konnte zu 72% gelöst werden.

Insgesamt war ich mit dem Abitur-Ergebnis dieses ungewöhnlich leistungsfähigen Kurses sehr zufrieden (7x sehr gut, 5x gut von 22 Abiturienten/innen).

OStD Heinz Klaus Strick

Pastor-Scheibler-Str. 10
51381 Leverkusen