Singular/Plural in both commutative and non–commutative settings

Viktor Levandovskyy, Hans Schönemann
Zentrum Für Computeralgebra
Fachbereich Mathematik
Universität Kaiserslautern

15. Mai 2003

Übersicht

SINGULAR ist ein spezielles Computeralgebrasystem für polynomiale Berechnungen, insbesondere für Anwendungen in der algebraischen Geometrie. Historisch entstand es aus der Notwendigkeit, Standardbasen in lokalen Ringen zu berechnen. Inzwischen stehen außer effizienten Standardbasisberechnungen für eine weite Klasse von Ringen/freien Moduln viele weitere Algorithmen bereit, zum Teil im Kern als C/C++-Routinen, zum Teil in Bibliotheken in einer C-ähnlichen, interpretierten Sprache.

Mit PLURAL ist es möglich, Gröbnerbasen in nicht–kommutativen Algebren, genauer von Links- und zweiseitigen Idealen in G-Algebren zu berechnen. Durch die Implementierung von PLURAL als Erweiterung von SINGULAR ist nicht nur die gemeinsame Benutzung allgemeiner Systembestandteile möglich, sondern auch die einfache und effektive Lösung kommutativer Teilprobleme im nicht-kommutativen Umfeld.

Im Vortrag wollen wir das Programmpaket SINGULAR/PLURAL vorstellen:

- Algorithmen in SINGULAR
- Erweiterbarkeit durch Bibliotheken und C-Moduln
- G-Algebren und ihre Eigenschaften (und Realisierung in PLURAL) sowie die in PLURAL implementierten Algorithmen
- Beispielanwendungen:
  - Monodromy und Berstein-Polynom: Die Monodromy ist eine wichtige Invariante in der Singularitätentheorie. Wir zeigen die Berechnung von Spektralzahlen und Spektralpaaren, die die Monodromy beschreiben.

- Geometrisches Geschlecht einer projektiven Kurve: Das geometrische Geschlecht einer projektiven Kurve kann zwar über die Normalisierung berechnet werden, jedoch ist dies sehr zeitaufwendig.

  Ausgehend von $p_a(C) = g(C) + \delta(C)$, wobei $\delta(C)$ die Summe der lokalen δ-Invarianten der singulären Punkte von C ist, betrachten wir eine Projektion $C \to D$ zu einer ebenen Kurve D vom Grad $d(D) = d(C)$, so daß $C_n = D_n$ ist. Dann gilt $g(C) = p_a(C_n) = p_a(D_n) = g(D)$. Wir berechnen $g(D)$ durch lokale Betrachtung der Singularitäten.
- Algebraische Abhängigkeit von Elementen des Zentrums in einer Quantumalgebra
- Freie Auflösungen in G-Algebren