Übungsblatt 1

Aufgabe 1:

Klassifizieren Sie die folgenden Differentialgleichungen (linear, autonom, Ordnung, Dimension, etc.) und schreiben Sie sie in ein System erster Ordnung um.

(a) $\dot{x} + x = 0$

(b) $\frac{\mathrm{d}^2}{\mathrm{d}t^2}u(t) - \cos(u(t)) = t$

(c) $y(x)^2 - 2x = 0$

(d) $\dot{z}(x) = -y(x), \quad \dot{y}(x) = 2z(x) + x$

(e) $\ddot{x}(t) + t\sin(\dot{x}(t)) = x(t)$

(f) $\ddot{x}(t) = -y(t), \quad \ddot{y}(t) = x(t).$

Aufgabe 2:

Lösen Sie die folgenden Differentialgleichungen:

(a) $\dot{x} = x^3$

(b) $\dot{x} = x(1 - x)$

Aufgabe 3: Fallschirmspringer (schriftlich)

Ein Modell für den freien Fall mit Luftwiderstand ist durch folgende Gleichungen gegeben, wobei $u(t)$ die Höhe zur Zeit t beschreibt ($\eta > 0$ Luftwiderstandskoeffizient):

$$\ddot{u}(t) = -\eta\dot{u}(t) - g.$$

(a) Lösen Sie diese Gleichung. Hinweis: Führen Sie $v(t) := -\dot{u}(t)$ als neue abhängige Variable ein.

(b) Gibt es eine Höchstgeschwindigkeit, die nicht überschritten werden kann?

(c) Nehmen Sie an, dass sich der Fallschirm zu einem Zeitpunkt $t_0 > 0$ öffnet. Modellieren Sie diese Situation durch $\eta = \eta_1$ für $t < t_0$ und $\eta = \eta_2$ für $t > t_0$ ($\eta_1 < \eta_2$). Welche Auswirkung hat das auf die Lösung?

(bitte wenden)

Aufgabe 4: Taufliege

Bei einer Population von Taufliegen lässt sich die Entwicklung durch die Gleichung

$$\dot{p}(t) = \frac{1}{5}p(t) - \frac{1}{5175}(p(t))^2$$

beschreiben, wobei die Zeit t in Tagen gemessen wird. Zur Zeit t = 0 sind 10 Individuen vorhanden.

(a) Wie groß ist die Population nach 12 Tagen?

(b) Geben Sie einen möglichst kleinen Wert an, den die Anzahl der Individuen sicherlich nicht überschreitet.

Erste Übung: Montag, 22.10 bzw. Mittwoch, 24.10.2012