

1. **(Trigonometrie I)** “Wo geht’s in die vierte Dimension? Ganz einfach: die Raumdiagonalen eines Würfels schneiden sich im Mittelpunkt. Die ersten drei belegen wir mit den bekannten Raumkoordinaten, und senkrecht darauf haben wir dann die vierte Diagonale, entlang der wir in die vierte Dimension vorstoßen!” — So einfach geht das natürlich nicht: Betrachten Sie die Schnittfläche, die entsteht, wenn man einen Würfel mit der Ebene schneidet, die durch zwei zentral gegenüberliegende Kanten geht (d.h. “das Messer” wird an einer Kante angesetzt, geht durch die Würfelmitte und tritt an der räumlich gegenüberliegenden Kante wieder aus. Es entstehen zwei keilförmige Gebilde).
  - (a) Der Würfel habe die Kantenlänge 1. Zeigen Sie, dass das sich als Schnittfläche ergebende Rechteck eine Schmalseite der Länge 1 und eine Längsseite der Länge  $\sqrt{2}$  hat. (2 Punkte)
  - (b) Zeichnen Sie das sich ergebende Rechteck und die darin liegenden Raumdiagonalen des Würfels. (1 Punkt)
  - (c) Die Diagonalen schneiden sich in einem spitzen und einem stumpfen Winkel. Bestimmen Sie einen dieser Winkel (der ergänzt den anderen zu  $180^\circ$ ). (Tipp: Zeichnen Sie eine Hilfslinie senkrecht zu einer Seite durch den Mittelpunkt, finden Sie ein rechtwinkliges Dreieck, in dem sich die Hälfte des gesuchten Winkels mit trigonometrischen Funktionen bestimmen lässt.) (2 Punkte)
  - (d) Warum gelangt man über “die vierte Raumdiagonale” nicht, wie der zitierte Text suggeriert, in eine unbekannt Dimension? (1 Punkt)
2. **(Trigonometrie II)**
  - (a) Für welche Winkel  $\varphi$  gilt  $\sin(\varphi) = 2 \cos(\varphi)$ , für welche Winkel  $\psi$  gilt  $2 \sin(\psi) = 2 \sin^2(\psi) + \cos^2(\psi)$ ? (2 Punkte)
  - (b) In den Fahrzeugpapieren steht als maximale Steigung des ersten Ganges 26%. Welchen Steigungswinkel darf damit eine Rampe haben, damit der Wagen sie noch aus eigener Kraft hochfahren kann? (1 Punkt)
  - (c) Auf eine kleine Insel soll eine Überlandleitung gelegt werden. Der Zielmast steht am Punkt  $A$  auf der Insel, der Ausgangsmast am Punkt  $B$  am Ufer. Um die Länge der Strecke  $\overline{AB}$  zu bestimmen, wird senkrecht zu  $\overline{AB}$  von  $A$  aus ein weiterer Punkt  $C$  am Ufer angepeilt. Die Strecke  $\overline{BC}$  ist vermessbar, sie hat die Länge 31m. Im Punkt  $C$  wird der Winkel  $\angle(ABC) = 40^\circ$  gemessen. Wie lang ist die Strecke  $\overline{AC}$ ? (2 Punkte)
3. **(Annuitätenkredit)** Ein Annuitätenkredit sei auf 10 Raten festgelegt. Es wird ein Kredit  $K$  zum Zinssatz  $p$  aufgenommen.
  - (a) Der Kredit sei  $K = 100.000 \text{ €}$ , die Annuität  $A = 12.000 \text{ €}$ . Stellen Sie eine Polynomgleichung für  $q = 1 + \frac{p}{100}$  auf. Schätzen Sie daraus grob (auf 1%) den Zins durch Einschachteln. (2 Punkte)
  - (b) Sei nun der Zinssatz 5%, also  $p = 5$ , als Annuität kann man sich wieder 12.000 € leisten. Welchen Kredit  $K$  erhält man unter diesen Rahmenbedingungen? (2 Punkte)