1. **(Statistik)**
Eine Erhebung ergibt die folgende Verteilung der Körpergrößen von 200 Personen:

k	Körpergröße x_k [cm]	absolute Häufigkeit h_k
1	150	18
2	160	20
3	170	65
4	180	58
5	190	31
6	200	8
Σ	$n = 6$	$N = 200$

Bestimmen Sie:

(a) ... die zu den h_k gehörenden relativen Häufigkeiten f_k. (1 Punkt)

(b) ... den arithmetischen Mittelwert $\overline{x}$; (1 Punkt)

(c) ... den Median; (2 Punkte)

(d) ... die Standardabweichung $s = \sqrt{V}$; wobei V die Varianz ist. (2 Punkte)

2. **(Funktion mehrerer Veränderlicher, Kurven)** Wir betrachten in der x, y–Ebene die Kreisscheibe $D = \{(x, y) : x^2 + y^2 \leq 1\}$ als Definitionsbereich. Wie üblich bezeichnet der Graph einer Funktion f in zwei Veränderlichen die Oberfläche des "Gebirges", das entsteht, wenn jedem Punkt (x, y) der Koordinatenebene, an dem f definiert ist, sein Funktionswert als Höhe zugeordnet wird.
Das ist die Menge $\{(x, y, f(x, y)) \in \mathbb{R}^3 | (x, y) \in D\}$.

(a) Beschreiben und skizzieren Sie die Graphen der folgenden Funktionen für $(x, y) \in D, z = f_1(x, y)$ bzw. $z = f_2(x, y) \in [0, 1]$ (Tipp: $\sqrt{x^2 + y^2}$ ist der Abstand des Punktes (x, y) von $(0, 0)$ in der x, y–Ebene) (je 2 Punkte)

i. $f_1 : D \to \mathbb{R}, (x, y) \mapsto 1 - \sqrt{x^2 + y^2}$

ii. $f_2 : D \to \mathbb{R}, (x, y) \mapsto x^2 + y^2$

(b) Wir bilden das Einheitsintervall $[0, 1]$ wie folgt in die Kreisscheibe D ab:
$h : [0, 1] \to D, t \mapsto (t \cdot \cos(2\pi t), t \cdot \sin(2\pi t))$. Wenn t die Werte von 0 bis 1 annimmt, wird eine ebene Kurve durchlaufen. Zeichnen Sie die Kurve, also das Bild von h in D. (2 Punkte)

3. **(Trigonometrische Umkehrfunktionen)**

(a) Folgern Sie aus bekannten Beziehungen zwischen sin und cos: Für $x \in [-1, 1]$ gelten $\sin(\arccos(x)) = \sqrt{1 - x^2}$ und $\cos(\arcsin(x)) = \sqrt{1 - x^2}$. (2 Punkte)

(b) Verwenden Sie (3a), die Bijektivität der sin–Funktion im Intervall $[-\frac{\pi}{2}, \frac{\pi}{2}]$ und die Additionstheoreme, um zu zeigen:
Für $\varphi \in [-\frac{\pi}{2}, \frac{\pi}{2}]$ gilt $\arccos(\varphi) + \arcsin(\varphi) = \frac{\pi}{2}$. (2 Punkte)

(c) Oben von einer senkrechten, 10m hohen Gebäudewand soll ein Laser so ausgerichtet werden, daß der Boden auf dem ebenen Platz vor dem Gebäude 40m von der Wand entfernt getroffen wird. In welchem Winkel zur Wand muß das Laserlicht abgestrahlt werden? (1 Punkt)