# Lineare Algebra für Elektrotechniker/Informatiker Mechatroniker/Wirtschaftsingenieure

UNIKASSEL VERSITÄT

**Übungsblatt 02** **1.11.2010**

**Aufgabe 1** Gegeben seien die Punkte $P = (-1, 2, 3)$, $Q = (3, -2, -1)$ und $R = (2, -3, 1)$ im Raum $\mathbb{R}^3$.

(a) Man berechne den Verbindungsvektor $\overrightarrow{PQ}$ von $P$ und $Q$ sowie den Verbindungsvektor $\overrightarrow{PR}$ von $P$ und $R$.

(b) Man berechne die Abstände zwischen den Punkten $P$ und $Q$, zwischen $P$ und $R$, und zwischen $Q$ und $R$.

(c) **Kosinussatz**:
Für die drei Seiten $a$, $b$ und $c$ eines Dreiecks sowie für den der Seite $c$ gegenüberliegenden Winkel – d.h. den zwischen den Seiten $a$ und $b$ liegenden Winkel – $\gamma$ gilt:

$$c^2 = a^2 + b^2 - 2\,a\,b\cos\gamma\ .$$

Man berechne den von $\overrightarrow{PQ}$ und $\overrightarrow{PR}$ eingeschlossenen Winkel $\alpha$.

**Aufgabe 2** Seien $A = (-1, 2, 3)$, $B = (3, -2, -1)$ und $C = (2, 3, 1)$ drei Punkte im $\mathbb{R}^3$.

(a) Berechnen Sie die Punkte $D$, $E$ und $F$, die jeweiligen Mittelpunkte der Strecken $\overline{AB}$, $\overline{AC}$ und $\overline{BC}$ und stellen Sie diese Punkte im $\mathbb{R}^3$ dar.

(b) Konstruieren Sie den Schwerpunkt $S$ des Dreiecks $\triangle\, ABC$ und berechnen Sie die Koordinaten von $S$. (Hinweis: $\overrightarrow{OS} = \frac{1}{3}(\overrightarrow{OA} + \overrightarrow{OB} + \overrightarrow{OC})$).

**Aufgabe 3** Gegeben sind drei Geraden

$$\begin{aligned}
\overline{AB} &:= \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 \mid x - 2y + 3 = 0\} \\
\overline{AC} &:= \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 \mid 2x - y - 3 = 0\} \\
\overline{BC} &:= \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 \mid x + 2y + 1 = 0\}
\end{aligned}$$

(a) Bestimmen Sie die jeweiligen Koordinaten der Punkte $A, B$ und $C$.

(b) Zeichnen Sie diese Geraden.

**Aufgabe 4 (5 Punkte)**
Gegeben seien die Punkte $A = (1, -1, -1)$, $B = (1, 2, 3)$, $C = (0, -1, 3)$ und $D = (\frac{\sqrt{39}}{5}, -1, 2)$.

(a) Man bestimme die Länge der Vektoren $\vec{a} = \overrightarrow{AB}$ und $\vec{b} = \overrightarrow{CD}$ sowie den Cosinus des von $\vec{a}$ und $\vec{b}$ eingeschlossenen Winkels.

(b) Jetzt betrachten wir die Vektoren $\vec{u} = 2\vec{a} - \vec{b}$ und $\vec{v} = 3\vec{a} + 2\,\vec{b}$.
Man berechne die Länge der Vektoren $\vec{u}$ und $\vec{v}$ anhand der

  (i) Rechnung mit Koordinaten.
  (ii) Regeln für das Skalarprodukt und der Ergebnisse von (a).

(c) Man berechne den von $\vec{u}$ und $\vec{v}$ eingeschlossenen Winkel.

---

**Abgabetermin:** Montag, 8.11.2010 um 10 Uhr vor dem Beginn der Vorlesung.
**WICHTIG:** Aufgabe 4 muss sorgfältig bearbeitet und abgegeben werden. Geben Sie auf jedem Blatt Ihren **Namen**, **Vornamen**, **Matrikelnummer**, **Studiengang** sowie Ihre **Gruppennummer** an. Weitere Informationen auf http://www.mathematik.uni-kassel.de/~koepf/Elektrotechnik/lin_alg-WS10.html