Prof. Dr. Wolfram Koepf
Dr. Nana Chiadjeu, Dr. Torsten Sprenger

UNIKASSEL VERSITÄT

Lineare Algebra für Elektrotechniker/Informatiker Mechatroniker/Wirtschaftsingenieure

Übungsblatt 03 **8.11.2010**

Aufgabe 1 Gegeben seien die Punkte $P = (-2, 4, 3), Q = (3, -1 - 4)$ und $R = (2, -5, -3)$ im Raum $\mathbb{R}^3$.

(a) Man bestimme den Punkt S so, dass $PQRS$ ein Parallelogramm ist.

(b) Wie groß ist der Flächeninhalt dieses Parallelogramms?

(c) Man berechne den von $\overrightarrow{PQ}$ und $\overrightarrow{PR}$ eingeschlossenen Winkel anhand des

  (i) Skalarprodukts,

  (ii) Vektorprodukts.

Aufgabe 2 Gegeben seien die drei Vektoren $\vec{a} = \begin{pmatrix} x \\ 2 \\ 3 \end{pmatrix}$, $\vec{b} = \begin{pmatrix} -1 \\ 1 \\ 3 \end{pmatrix}$ und $\vec{c} = \begin{pmatrix} -1 \\ 0 \\ x \end{pmatrix}$.

(a) Man berechne das Spatprodukt der drei Vektoren.

(b) Wie muss man x wählen, damit das Volumen des von den Vektoren $\vec{a}$, $\vec{b}$ und $\vec{c}$ aufgespannten Spats 20 ist?

Aufgabe 3 Man vereinfache folgenden Ausdruck:

$$(\vec{a} + \vec{b}) \times (\vec{c} - \vec{b}) + \vec{c} \times (\vec{a} - \vec{b}) - (\vec{c} - \vec{a}) \times (\vec{a} + \vec{b})\ .$$

Aufgabe 4 Gegeben sei die Gerade

$$g: \quad \vec{r} = \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \\ 3 \end{pmatrix} + t \begin{pmatrix} -1 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix} \quad (t \in \mathbb{R}).$$

Bestimmen Sie zwei Punkte A und B von g sowie einen Richtungsvektor $\vec{u}$ von g.

Aufgabe 5 (5 Punkte)

(a) Die drei Punkte $A = (3, a, 5)$, $B = (-1, 1, 2)$, $C = (-3, 6, -2)$ spannen im $\mathbb{R}^3$ ein Dreieck auf ($a \in \mathbb{R}$). Verschiebt man dieses Dreieck durch den Vektor $\vec{v} = \begin{pmatrix} -\frac{2}{3} \\ 1 \\ 3 \end{pmatrix}$, so überstreicht es ein Prisma im Raum.

  (i) Wie groß ist das Volumen V dieses Prismas? (Hinweis: Betrachten Sie das Spatprodukt von $\overrightarrow{AB}$, $\overrightarrow{AC}$ und $\vec{v}$).

  (ii) Bestimmen Sie a so, dass $V = 0$ wird. Was bedeutet dies geometrisch für die Vektoren $\overrightarrow{AB}$, $\overrightarrow{AC}$ und $\vec{v}$?

(Bitte wenden)

(b) Gegeben seien die Geraden

$$g_1: \quad \overrightarrow{r} = \begin{pmatrix} -1 \\ 2 \\ -3 \end{pmatrix} + t \begin{pmatrix} -\frac{1}{2} \\ \frac{1}{3} \\ 1 \end{pmatrix} \quad (t \in \mathbb{R}),$$

$$g_2: \quad \overrightarrow{r} = \begin{pmatrix} -4 \\ 4 \\ 3 \end{pmatrix} + s \begin{pmatrix} -3 \\ 2 \\ 6 \end{pmatrix} \quad (s \in \mathbb{R})$$

und

$$g_3: \quad \overrightarrow{r} = \begin{pmatrix} -2 \\ 3 \\ -1 \end{pmatrix} + v \begin{pmatrix} 2 \\ -2 \\ -4 \end{pmatrix} \quad (v \in \mathbb{R}).$$

Welche Lage haben die Geraden

(i) g_1 und g_2 zueinander?

(ii) g_2 und g_3 zueinander?

Abgabetermin: Montag, 15.11.2010 um 10 Uhr vor dem Beginn der Vorlesung im Hörsaal.
WICHTIG: Aufgabe 5 muss sorgfältig bearbeitet und abgegeben werden. Geben Sie auf jedem Blatt Ihren **Namen**, **Vornamen**, **Matrikelnummer**, **Studiengang** sowie Ihre **Gruppennummer** an. Weitere Informationen auf `http://www.mathematik.uni-kassel.de/~koepf/Elektrotechnik/lin_alg-WS10.html`