Übungsblatt 12

Aufgabe 1

(a) Man berechne die Determinante der Matrix

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 0 \\ a & -2 & b \\ -1 & 0 & b \end{pmatrix}$$

- (i) mit der Regel von Sarrus.
- (ii) durch Entwicklung nach der zweiten Spalte.
- (iii) indem man sie durch Zeilenumformungen auf Dreiecksgestalt bringt.

(b) Unter welcher Bedingung ist die Matrix A invertierbar?

Aufgabe 2

(a) Lösen Sie mit der Cramerschen Regel das Gleichungssystem

$$\begin{pmatrix} a & 1 & 1 \\ a & 2 & 1 \\ -1 & a & a \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \\ 3 \end{pmatrix} .$$

(b) Gegeben sei die folgende Matrix

$$B = \begin{pmatrix} -4 & 2 & 3 \\ 5 & 6 & 7 \\ -2 & 3 & 4 \end{pmatrix}$$

Man nehme an, dass ihre Inverse durch

$$B^{-1} = \begin{pmatrix} b_{11} & b_{12} & b_{13} \\ b_{21} & b_{22} & b_{23} \\ b_{31} & b_{32} & b_{33} \end{pmatrix}$$

gegeben ist.

Man berechne b_{13} .

Aufgabe 3

Die folgende Matrix (Jacobi-Matrix oder Funktionalmatrix in Zylinderkoordinaten) spielt eine große Rolle in der Analysis.

$$C = \begin{pmatrix} \cos(\theta) & -r \sin(\theta) & 0 \\ \sin(\theta) & r \cos(\theta) & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

Man berechne die Determinante von C .

(bitte wenden)

Aufgabe 4 (10 Punkte)

(a) Man berechne die Determinante der folgenden 5×5 -Matrix

$$D = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ a & 1 & 0 & -2 & 0 \\ a & 0 & 1 & 5 & 1 \\ -1 & a & 0 & 4 & 0 \\ -2 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$$

(b) Gegeben sei die folgende Matrix

$$M = \begin{pmatrix} a & 1 & 0 & -2 \\ a & 0 & 1 & 5 \\ -1 & a & 0 & 4 \\ -2 & 4 & 0 & 6 \end{pmatrix}$$

(i) Man berechne die Determinante von M

(1) durch Entwicklung nach der dritten Spalte.

(2) indem man sie durch Zeilenumformungen auf Dreiecksgestalt bringt.

(ii) Unter welcher Bedingung ist die Matrix M invertierbar?

(c) Die folgende Matrix (Jacobi-Matrix oder Funktionalmatrix in Kugelkoordinaten) spielt eine große Rolle in der Analysis.

$$J = \begin{pmatrix} \cos(\theta) \cos(\varphi) & -r \cos(\theta) \sin(\varphi) & -r \cos(\varphi) \sin(\theta) \\ \cos(\theta) \sin(\varphi) & r \cos(\theta) \cos(\varphi) & -r \sin(\theta) \sin(\varphi) \\ \sin(\theta) & 0 & r \cos(\theta) \end{pmatrix}$$

Man berechne die Determinante von J und vereinfache das Ergebnis.

(Hinweise: Entwicklung nach der zweiten Spalte)

Abgabetermin: Montag, 07.02.2011 um 10:15 Uhr vor dem Beginn der Vorlesung im Hörsaal.

WICHTIG: Aufgabe 4 muss sorgfältig bearbeitet und abgegeben werden. Geben Sie auf jedem Blatt Ihren **Namen, Vornamen, Matrikelnummer, Studiengang** sowie Ihre **Gruppennummer** an. Weitere Informationen auf http://www.mathematik.uni-kassel.de/~koepf/Elektrotechnik/lin_alg-WS10.html