

**Übungsblatt 14**

**Aufgabe 1**

Gegeben sei die ebene Kurve, welche durch die Gleichung

$$7x^2 - 2\sqrt{3}xy + 5y^2 = 4 \quad (1)$$

beschrieben wird.

Ziel ist es, herauszufinden, um welchen Winkel  $\alpha$  man das Koordinatensystem drehen muss, so dass der gemischte Term  $-2\sqrt{3}xy$  in (1) verschwindet, um zu erkennen, wie die Normalform aussieht.

- (a) Bestimmen Sie die symmetrische Matrix  $A$ , mit welcher die Gleichung (1) sich in der Form

$$(x, y) A \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} = 4$$

schreiben läßt.

- (b) Bestimmen Sie die Eigenwerte und Eigenvektoren von  $A$ .

- (c) Welche orthogonale Transformation  $\begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} = T \begin{pmatrix} \tilde{x} \\ \tilde{y} \end{pmatrix}$  ist nötig, um die Darstellung

$$(\tilde{x}, \tilde{y}) D \begin{pmatrix} \tilde{x} \\ \tilde{y} \end{pmatrix} = 4 \quad (2)$$

zu erhalten, wobei  $D$  eine Diagonalmatrix ist? Wie sieht  $D$  aus?

- (d) Welche ebene Kurve wird durch die Gleichung (2) beschrieben?

- (e)  $T$  ist eine Drehung. Um welchen Winkel  $\alpha$  muss man das Koordinatensystem drehen, so dass man (2) erhält?

**Aufgabe 2**

Gegeben sei die folgende Matrix

$$A = \begin{pmatrix} -4 & -6 & 0 \\ 3 & 5 & 0 \\ 3 & 3 & 2 \end{pmatrix}.$$

- (a) Bestimmen Sie eine Matrix  $B$  so, dass  $B^{-1}AB$  eine Diagonalmatrix  $D$  ist und geben Sie auch  $D$  an.

- (b) Welcher Typ von Quadrik bei  $(x, y) A \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} = k$  ( $k > 0$ ) liegt vor?

**Aufgabe 3 (10 Punkte)**

Gegeben sei die ebene Kurve, welche durch die Gleichung

$$-x^2 + 6\sqrt{3}xy + 5y^2 = 2 \quad (3)$$

beschrieben wird.

Ziel ist es, herauszufinden, um welchen Winkel  $\alpha$  man das Koordinatensystem drehen muss, so dass der gemischte Term  $6\sqrt{3}xy$  in (3) verschwindet, um zu erkennen, wie die Normalform aussieht.

- (a) Bestimmen Sie die symmetrische Matrix  $A$ , mit welcher die Gleichung (3) sich in der Form

$$(x, y) A \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} = 2$$

schreiben läßt.

- (b) Bestimmen Sie die Eigenwerte und Eigenvektoren von  $A$ .

- (c) Welche orthogonale Transformation  $\begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} = T \begin{pmatrix} \tilde{x} \\ \tilde{y} \end{pmatrix}$  ist nötig, um die Darstellung

$$(\tilde{x}, \tilde{y}) D \begin{pmatrix} \tilde{x} \\ \tilde{y} \end{pmatrix} = 2 \tag{4}$$

zu erhalten, wobei  $D$  eine Diagonalmatrix ist? Wie sieht  $D$  aus?

- (d) Welche ebene Kurve wird durch die Gleichung (4) beschrieben?

- (e)  $T$  ist eine Drehung. Um welchen Winkel  $\alpha$  muss man das Koordinatensystem drehen, so dass man (4) erhält?

---

**WICHTIG:** Abgabe der Aufgabe 3 bitte nur, falls Sie die 50 % noch erreichen müssen! Abgabe bis zum Freitag 18. Februar 2011, 11: 30Uhr bei Frau Gössel, Raum 2303.

Geben Sie auf jedem Blatt Ihren **Namen, Vornamen, Matrikelnummer, Studiengang** sowie Ihre **Gruppennummer** an. Weitere Informationen auf [http://www.mathematik.uni-kassel.de/~koepf/Elektrotechnik/lin\\_alg-WS10.html](http://www.mathematik.uni-kassel.de/~koepf/Elektrotechnik/lin_alg-WS10.html)