

Übungsblatt 1

für das nächste Semester

L1: Gegeben sei die Matrix

$$A = \begin{pmatrix} 3 & -15 & 1 \\ 10 & 12 & -1 \\ 7 & 9 & 2 \\ 4 & 0 & -1 \end{pmatrix} \quad \text{und} \quad B = \begin{pmatrix} 5 & 9 & 2 \\ -15 & 12 & 9 \\ 1 & -1 & 2 \\ 2 & 7 & 8 \end{pmatrix} .$$

Berechnen Sie $A^T \cdot B$ sowie $B^T \cdot A$.

L2: Gegeben seien die beiden Vektoren

$$\vec{a} = \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \\ 3 \\ 4 \end{pmatrix} \quad \text{und} \quad \vec{b} = \begin{pmatrix} -1 \\ 0 \\ 1 \\ 2 \\ 3 \end{pmatrix} .$$

Berechnen Sie $\vec{a} \cdot \vec{b}^T$.

L3: Berechnen Sie den Rang der Matrix $\begin{pmatrix} a & i & 1 \\ 1 & 1 & i \\ 0 & 1 & -1 \end{pmatrix}$, wobei i die imaginäre Einheit sei.

A1: (a) Bestimmen Sie das Taylorpolynom vom Grad 5 der Funktion

$$f(x) = \frac{1}{(1-x)^2} .$$

(b) Differenzieren Sie die Summenformel

$$\sum_{k=0}^{\infty} x^k = \frac{1}{1-x}$$

der geometrischen Reihe und interpretieren Sie (a).

A2: Bestimmen Sie, ohne viel zu rechnen, die Koeffizienten der Taylorreihe von $f(x) = \frac{1+x}{1-x}$.

A3: Bestimmen Sie folgende Grenzwerte mittels Taylorpolynomen:

(a) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\ln(x - \sin x)}{\ln(1 - \cos x)}$,

(b) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\ln(\cos x)}{\ln(\cosh x)}$.