

Übungsblatt 11

L30: Rechnen Sie nach:

Die quadratische Form $Ax^2 + Bxy + Cy^2 + Dx + Ey + F$ ist gerade das Matrixprodukt

$$\begin{pmatrix} x \\ y \\ 1 \end{pmatrix}^T \begin{pmatrix} A & \frac{B}{2} & \frac{D}{2} \\ \frac{B}{2} & C & \frac{E}{2} \\ \frac{D}{2} & \frac{E}{2} & F \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x \\ y \\ 1 \end{pmatrix} .$$

L31: Bringen Sie die quadratische Formen in Normalform:

- a) $7x^2 - 2\sqrt{3}xy + 5y^2 + 4x + 4\sqrt{3}y + 12$
 b) $-5x^2 + 6\sqrt{3}xy + y^2 + 4x + 4\sqrt{3}y + 12$.

Bestimmen Sie hierzu den erforderlichen Drehwinkel, führen Sie die Drehung und eine Verschiebung durch. Geben Sie den jeweiligen Typus der Quadrik an.

A33: Sei $f : [a, b] \rightarrow \mathbb{R}$, $f > 0$. Man rotiere den Graphen von f um die x -Achse. Der Rotationskörper hat die Oberfläche

$$A = 2\pi \int_a^b f(x) \cdot \sqrt{1 + f'(x)^2} dx .$$

- (a) Begründen Sie diese Formel.
 (b) Berechnen Sie die Oberfläche einer Kugel mit Radius r .

A34: Berechnen Sie den von der Normalellipse

$$\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1$$

mit den Halbachsen $a, b > 0$ umschlossenen Flächeninhalt.

A35: Gegeben sei die Funktion

$$f(x, y) = \frac{1+y}{1-3x} \quad \left(x \neq \frac{1}{3} \right) .$$

Man integriere f über den Bereich

$$B := \left\{ (x, y) \in \mathbb{R}^2 \mid \frac{1}{3}(1 - e^y) \leq x \leq 0, \quad 0 \leq y \leq 10 \right\} .$$

Man skizziere B .