**Prof. Dr. Wolfram Koepf** **Mathematik II** **09.07.2002**
**SS 2002**

**Übungsblatt 12**

**L32:** Zeigen Sie für beliebige Matrizen $A, B,$ für die die auftretenden Produkte und Inversen definiert sind:

(a) $(A\,B)^T = B^T \cdot A^T$

(b) $(A\,B)^{-1} = B^{-1} \cdot A^{-1}$

**L33:** Sei

$$A = \begin{pmatrix} 2 & -1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 4 \end{pmatrix} .$$

Bestimmen Sie die Jordan-Normalform von $A$.

**A36:** Es sei $Z$ der Zylinder mit der Grundfläche $\mathbb{D}$ (vgl. A27) und der Höhe $1$. Es sei ferner $V$ derjenige Körper, der entsteht, wenn $Z$ eine Halbkugel vom Radius $r = 1$ aufgesetzt wird. Man berechne

$$\int_V \left(x^2 + y^2 + z^2\right) d\,(x,\, y,\, z)$$

mit Hilfe von Kugel- und Zylinderkoordinaten.

**A37:** Man berechne die Volumina der Einheitskugeln für die Dimensionen $n=1,2,3,4$. Hinweis: Im Falle $n \in \{1,\,2,\,3\}$ können bekannte Aussagen verwendet werden; den Fall $n = 4$ behandle man mit vierdimensionalen Kugelkoordinaten

$$\begin{pmatrix} x \\ y \\ z \\ w \end{pmatrix} = r \begin{pmatrix} \sin\vartheta_1 \sin\vartheta_2 \sin\varphi \\ \sin\vartheta_1 \sin\vartheta_2 \cos\varphi \\ \sin\vartheta_1 \cos\vartheta_2 \\ \cos\vartheta_1 \end{pmatrix}$$

(Integrationsbereich: $[r,\, \varphi,\, \vartheta_1,\, \vartheta_2] \in [0,\,1] \times [0,\,2\pi] \times [0,\,\pi]^2$) .