

Übungsblatt 2

A4: Überprüfen Sie die Konvergenz der Reihen

$$(a) \sum_{k=0}^{\infty} \frac{k^2}{2^k} \quad (b) \sum_{k=0}^{\infty} \frac{k^k}{k!} .$$

Bestimmen Sie bei (a) durch Approximation den Reihenwert.

A5: Zeigen Sie mit dem Integralkriterium die Konvergenz der Reihe

$$\sum_{k=1}^{\infty} \frac{1}{k^\alpha} \quad \text{für } \alpha > 1 .$$

A6: Bestimmen Sie den Konvergenzradius

(a) der Arkustangensreihe,

(b) der Potenzreihe $\sum_{k=0}^{\infty} \frac{k^k}{k!} x^k$.

L4: Bestimmen Sie den Rang der Matrizen

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 \\ 1 & 1 & -1 & -1 \\ 2 & 3 & 2 & 3 \end{pmatrix} \quad \text{und}$$

$$B = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 0 \\ 1 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} .$$

L5: Berechnen Sie das Produkt $B \cdot A$ der Matrizen aus (L4) sowie den Rang von $B \cdot A$.

L6: Sei

$$M = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 2 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \quad \text{und sei } A = (a_{jk})_{j,k=1,\dots,4} \text{ eine } 4 \times 4\text{-Matrix.}$$

(a) Berechnen Sie $M \cdot A$ und $A \cdot M$.

(b) Welche elementaren Umformungen stellen diese Multiplikationen dar?

(c) Finden Sie eine Matrix V , so dass $V \cdot A$ die ersten zwei Zeilen von A vertauscht.

L7: Bestimmen Sie die Inverse der speziellen Matrix

$$A = \begin{pmatrix} a_1 & 0 & 0 & \cdots & 0 \\ 0 & a_2 & 0 & \cdots & 0 \\ 0 & 0 & a_3 & \cdots & 0 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & 0 & 0 & \cdots & a_n \end{pmatrix}$$

mit $a_k \neq 0$ ($k = 1, \dots, n$).