

### Übungsblatt 9

**L26:** Gegeben sei die Matrix

$$A = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 3 \\ 0 & 3 & 0 \end{pmatrix}.$$

- Berechnen Sie  $\chi_A(\lambda)$ .
- Nutzen Sie den Satz von Cayley-Hamilton, um sämtliche Potenzen von  $A$  anzugeben.

**L27:** Sei  $A = \begin{pmatrix} \frac{3}{2} & 0 & \frac{1}{2} \\ 0 & -1 & 0 \\ \frac{1}{2} & 0 & \frac{3}{2} \end{pmatrix}$ .

Berechnen Sie  $\chi_A(\lambda)$ , die Eigenwerte  $\lambda_1, \lambda_2, \lambda_3$  von  $A$ , zugehörige Eigenvektoren  $\vec{u}_1, \vec{u}_2, \vec{u}_3$  und die Matrix  $B$  so, dass

$$B^{-1} A B = \begin{pmatrix} \lambda_1 & 0 & 0 \\ 0 & \lambda_2 & 0 \\ 0 & 0 & \lambda_3 \end{pmatrix}.$$

**A27:** Bestimmen Sie den Flächeninhalt der Einheitskreisscheibe

$$\mathbb{D} := \{(x, y) \mid x^2 + y^2 \leq 1\}$$

als zweidimensionales Integral

$$V(\mathbb{D}) = \int_{\mathbb{D}} 1 \, dx \, dy$$

durch Iteration.

**A28:** Es sei  $K \subset \mathbb{R}^3$  der Kegel mit der Grundfläche  $\mathbb{D}$  (vgl. A27) und der Spitze in  $\begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix}$ . Bestimmen Sie (mittels Integration) sein Volumen.

**A29:** Es sei  $f$  stetig über  $[a, b]$  ( $0 \leq a < b$ ) und dort  $\geq 0$ . Bestimmen Sie eine Formel für das Volumen des Körpers, der durch Rotation des Graphen von  $f$

- a) um die  $x$ -Achse
- b) um die  $y$ -Achse

entsteht.

- c) Berechnen Sie die Länge des Graphen von  $f$  über  $[a, b]$  im Falle der Differenzierbarkeit von  $f$ .