

Übungszettel 1

1. Lösen Sie die Gleichung $x^2 - 3x + 8 = |2x + 1|$.

2. Zeigen Sie, dass für alle $a, b \in \mathbb{R}$ die Ungleichung

$$\left| |a| - |b| \right| \leq |a + b|$$

gilt.

3. Beweisen Sie durch Induktion

$$\sum_{k=1}^n k^2 = \frac{n(n+1)(2n+1)}{6}$$

4. Beweisen Sie durch Induktion

$$\sum_{k=0}^n q^k = \frac{1 - q^{n+1}}{1 - q}$$

5. Gegeben seien die Vektoren

$$\vec{a}_1 = \begin{pmatrix} 5 \\ 2 \\ 2 \end{pmatrix} \quad \text{und} \quad \vec{a}_2 = \begin{pmatrix} 3 \\ 1 \\ -2 \end{pmatrix} .$$

Man berechne $\|\vec{a}_1\|$, $\|\vec{a}_2\|$, den von \vec{a}_1 , \vec{a}_2 eingeschlossenen Winkel sowie die Richtungskosinus der Einheitsvektoren

$$\vec{e}_1 = \frac{\vec{a}_1}{\|\vec{a}_1\|} \quad \text{und} \quad \vec{e}_2 = \frac{\vec{a}_2}{\|\vec{a}_2\|} .$$