

72. Berechnen Sie $\int_1^b \sqrt{x^2 - 1} dx$.

73. Sei $A = \int e^{\alpha x} \cos(\beta x) dx$ und $B = \int e^{\alpha x} \sin(\beta x) dx$. Wenden Sie jeweils eine partielle Integration an und bestimmen Sie A und B durch Lösen eines linearen Gleichungssystems.

Bestimmen Sie schließlich für $\alpha < 0$ die unbestimmten Integrale

$$\int_0^{\infty} e^{\alpha x} \cos(\beta x) dx \quad \text{und} \quad \int_0^{\infty} e^{\alpha x} \sin(\beta x) dx .$$

74. Zeigen Sie, dass $\int_{-\infty}^{\infty} e^{-x^2} dx$ existiert.

75. Bestimmen Sie $\int \frac{1+x+x^2+x^3}{x^4+5x^2} dx$ durch Partialbruchzerlegung. Dabei wird der Integrand in die Form

$$\frac{1+x+x^2+x^3}{x^4+5x^2} = \frac{A}{x^2} + \frac{B}{x} + \frac{C+Dx}{x^2+5}$$

gebracht.

76. Bestimmen Sie die Taylorpolynome 5. Ordnung

$$T_5(f, x, 0) = \sum_{k=0}^5 \frac{f^{(k)}(0)}{k!} x^k$$

für $f(x) = e^x$, $f(x) = \cos x$ und $f(x) = \sin x$.

77. Eine Firma stellt Produkte P_1, P_2, P_3 und P_4 her. In diesen befinden sich die Module M_1, M_2 und M_3 .

- (a) M_1 kommt einmal in P_1 und P_2 sowie zweimal in P_3 vor.
 M_2 kommt einmal in P_2 und P_4 , zweimal in P_1 und dreimal in P_3 vor.
 M_3 kommt je einmal in P_1, P_2, P_4 vor.

Wie viele M_1, M_2, M_3 braucht man, wenn $\vec{p} = \begin{pmatrix} p_1 \\ p_2 \\ p_3 \\ p_4 \end{pmatrix}$ den Vektor

darstellt, in dessen k -ter Zeile die Anzahl der zu produzierenden P_k steht? Stellen Sie dies in Form einer Matrixgleichung $\vec{m} = A \cdot \vec{p}$ dar, wenn

$\vec{m} = \begin{pmatrix} m_1 \\ m_2 \\ m_3 \end{pmatrix}$ für die Anzahlen der Module M_1, M_2, M_3 steht.

- (b) Die Module M_1, M_2, M_3 enthalten wiederum Bauteile B_1, B_2 , deren Bedarf b_1, b_2 sich durch die Gleichung

$$\vec{b} = \begin{pmatrix} b_1 \\ b_2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 3 & 0 & 4 \\ 4 & 2 & 0 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} m_1 \\ m_2 \\ m_3 \end{pmatrix}$$

aus den Anzahlen der Module bestimmt.

Schreiben Sie als Matrixgleichung, wie sich \vec{b} aus \vec{p} bestimmt, wenn die Bauteile B_1, B_2 ausschließlich in den Modulen M_1, M_2, M_3 vorkommen.