

Übungszettel 2

6. Man bestimme  $\lambda \in \mathbb{R}$  so, dass  $\begin{pmatrix} 1 \\ 2 \\ 4 \end{pmatrix}$  und  $\begin{pmatrix} 0 \\ 1 \\ \lambda \end{pmatrix}$  senkrecht aufeinander stehen.

7. Der Punkt  $\begin{pmatrix} 1 \\ 3 \\ 4 \end{pmatrix}$  soll in die Ebene  $x + 2y + 3z = 4$  projiziert werden. Man bestimme den Projektionspunkt.

8. Zeigen Sie die Formel

$$\sum_{k=0}^n \binom{m+k}{k} = \binom{m+n+1}{n}.$$

9. Zeigen Sie, dass

$$\sum_{k=1}^n \frac{1}{k(k+1)} = 1 - \frac{1}{n+1}$$

gilt und bestimmen Sie

$$\sum_{k=1}^{\infty} \frac{1}{k(k+1)} := \lim_{n \rightarrow \infty} \sum_{k=1}^n \frac{1}{k(k+1)}$$

10. Zeigen sie, dass

$$\sum_{k=0}^n k \binom{n}{k} = n \cdot 2^{n-1}$$

gilt.

11. Berechnen sie für  $n = 10, 100, 1000$  und  $10000$  den Wert  $e_n = (1 + \frac{1}{n})^n$  als Dezimalzahl.

12. Die Fibonacci-Zahlen  $F_n$  sind gegeben durch die Rekursion

$$F_{n+1} = F_n + F_{n-1} \tag{1}$$

und es ist  $F_1 = F_2 = 1$ . Wegen (1) ist dann  $F_3 = 2, F_4 = 3, F_5 = 5, \dots$

Der Grenzwert  $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{F_{n+1}}{F_n}$ , existiert. Bestimmen sie diesen.

**Hinweis:** Setzen Sie  $s_n = \frac{F_{n+1}}{F_n}$  und dividieren Sie (1) durch  $F_n$ .