Übungszettel 7

39. Man bestimme in geeigneten Intervallen die Umkehrfunktionen von

    (a) $f(x) = \dfrac{5\,x-8}{6\,x+7}$ und (b) $g(x) = \dfrac{x^2-3}{2\,x}$.

    Man gebe die Intervalle jeweils an.

40. Eine Funktion f stimme mit Ihrer Umkehrfunktion überein.
    Geben Sie entweder

    (a) eine Beispielfunktion für diese Situation, oder

    (b) geben Sie an, welche geometrische Eigenschaft der Graph von f haben muss.

41. Sei $p(x) = 30\,x^5 + 73\,x^4 - 239\,x^3 + 211\,x^2 - 269\,x + 138$.

    Man gebe möglichst viele Intervalle an, in welchen sich mit Sicherheit eine Nullstelle von $p(x)$ befindet. Wieviele reelle Nullstellen hat $p(x)$?

42. Man bestimme den Grenzwert

    $$\lim_{x\to 0} \frac{\ln(1+x)}{x} \; .$$

    <u>**Hinweis:**</u> Verwenden Sie die Ungleichungen aus Satz 2.12.

43. Sei $f : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ eine reelle Funktion. Wir erklären den *geraden Anteil*

    $$g(x) := \frac{f(x) + f(-x)}{2}$$

    von $f(x)$ und den *ungeraden Anteil*

    $$u(x) := \frac{f(x) - f(-x)}{2}$$

    von $f(x)$.

    (a) Man zeige, dass $g(x)$ eine *gerade* Funktion ist $\Big($z. z. $g(-x) = g(x)\Big)$ und dass $u(x)$ eine *ungerade* Funktion ist $\Big($z. z. $u(-x) = -u(x)\Big)$.

    (b) Man berechne $f(x)$ aus $g(x)$ und $u(x)$.

    (c) Man bestimme den geraden und den ungeraden Anteil von e^x . Diese Funktionen heißen $g(x) = \cosh x$ (cosinus hyperbolicus) und $u(x) = \sinh x$ (sinus hyperbolicus). Wie sehen ihre Graphen aus?

44. (a) Gegeben sei die Hyperbel $y = \frac{1}{x}$ bzw. $x \cdot y = 1$. Skizzieren Sie den Graphen.

    (b) Gegeben sei weiter die Koordinatentransformation

    $$\begin{array}{rcl} \widetilde{x} & = & x + y \\ \widetilde{y} & = & x - y \end{array} \; . \qquad (1)$$

    Geben Sie die Hyperbelgleichung in den transformierten Koordinaten $\widetilde{x}$ und $\widetilde{y}$ an.

    (c) Machen Sie sich klar, was die Transformation (1) bewirkt, indem Sie Parallelen zur x-Achse (also $y = \lambda$) und Parallelen zur y-Achse (also $x = \mu$) transformieren. Welche Graphen ergeben sich nach der Transformation?