

Aufgabe 1 (Kegelschnitte): Wir betrachten hier Geometrie im \mathbb{R}^3 . Die Nullstellenmenge von

$$\frac{x_1^2}{c_1^2} + \frac{x_2^2}{c_2^2} - \frac{x_3^2}{c_3^2}, \quad c_1, c_2, c_3 \in \mathbb{R}_{>0}$$

ist ein Doppelkegel mit Spitze im Nullpunkt. Die Nullstellenmenge von

$$ax_1 + bx_2 + cx_3 - d, \quad a, b, c, d \in \mathbb{R}$$

ist eine Ebene in allgemeiner Lage.

- a. Welche geometrische Gestalt kann der Schnitt des Doppelkegels mit der Ebene annehmen? (Führe eine Fallunterscheidung durch, vgl. auch Vorlesung)

[10]
[10]

Aufgabe 2 (Normalformen von Quadriken): In der Vorlesung wurden Normalformen von Quadriken behandelt. Bringe folgende Gleichungen auf Normalform und bestimme, ob es sich um Kreis, Ellipse, Parabel, Hyperbel oder eine entartete Kurve handelt.

a. $x^2 + 2xy + y^2 = 2$

[3]

b. $xy - 4 = 0$

[3]

c. $-x^2 + xy - 2y^2 + 2x - y + 10 = 0$

[4]
[10]

Aufgabe 3 (Quadriken): In Aufgabe 1 auf Blatt 6 hatten wir die Matrix

$$A := \begin{pmatrix} 3 & -2 & 0 \\ -2 & 2 & -2 \\ 0 & -2 & 1 \end{pmatrix}$$

betrachtet.

- a. Interpretiere A als Quadrik.
b. Bringe die entstandene Gleichung auf Normalform.
c. Um welche Art von Kurve handelt es sich?

[4]
[4]
[2]
[10]

Abgabe bis 14. Juni 2004 11:00h in den Kästen im zweiten Stock.

[30]