

Aufgabe 1 (Positiv definite Matrizen):

- Konstruiere symmetrische, positiv definite Matrizen $A \in \mathbb{R}^{3 \times 3}$, $B \in \mathbb{R}^{4 \times 4}$, indem Du mit einer sicher positiven quadratischen Form startest. Die Matrizen sollten möglichst keine Nullen enthalten. [5]
 - Zeige, dass A, B positiv definit sind, indem Du die Eigenwerte berechnest. (Benutze ggf. numerische Methoden eines Computeralgebrasystems.) [5]
 - Zeige mit Korollar 5.7.3.2, dass A, B positiv definit sind. (Benutze ggf. ein Computeralgebrasystem, um das charakteristische Polynom zu berechnen.) [5]
 - Benutze das Hauptminorantenkriterium, um zu zeigen, dass A, B positiv definit sind. [5]
- [20]

Aufgabe 2 (Descartes Vorzeichenregel): Hier soll die „Umkehrung“ der Vorzeichenregel von Descartes gezeigt werden. Sei

$$f(t) = t^n + \alpha_{n-1}t^{n-1} + \dots + \alpha_1t + \alpha_0 \in \mathbb{R}[t]$$

ein normiertes, reelles Polynom mit reellen Nullstellen $\lambda_1, \dots, \lambda_n \in \mathbb{R}$.

- Zeige: Ist $\left\{ \begin{array}{l} \lambda_i < 0 \\ \lambda_i > 0 \end{array} \right\}$ für $i = 1, \dots, n$, so ist $\left\{ \begin{array}{l} \alpha_j > 0 \\ (-1)^{n+j}\alpha_j > 0 \end{array} \right\}$ für $j = 1, \dots, n$. [10]
- [10]

Hinweis: Wenn Ihr ein Computeralgebrasystem benutzt, fügt Eurer Abgabe bitte einen Ausdruck der Sitzung bei.

Abgabe bis 28. Juni 2004 11:00h in den Kästen im zweiten Stock.

[30]