

Übungen zur Linearen Algebra I

Blatt 1

1. **Vektorraumaxiome:** Die Axiome A1 bis A4 aus der Vorlesung haben wir in den Übungen für \mathbb{R}^n gezeigt.

Weisen Sie auch die Axiome M1 bis M4 für den \mathbb{R}^n nach.

2. **Geraden- und Ebenengleichungen:**

(a) Bestimmen Sie eine Gleichung der Geraden g durch den Punkt

$P_1 = \begin{pmatrix} 4 \\ 0 \\ 2 \end{pmatrix}$ parallel zur Geraden $g_1 : x = \begin{pmatrix} 3 \\ 1 \\ 2 \end{pmatrix} + t \begin{pmatrix} 1 \\ 4 \\ 1 \end{pmatrix}$ in Parameterform.

(b) Ermitteln Sie eine Gleichung der Ebene E , in der g_1 und der Punkt $\begin{pmatrix} 7 \\ 1 \\ -1 \end{pmatrix}$ liegen, in Parameterform.

(c) Welche der Punkte $P_2 = \begin{pmatrix} 0 \\ 2 \\ 3 \end{pmatrix}$, $P_3 = \begin{pmatrix} 0 \\ -5 \\ 6 \end{pmatrix}$ liegen in der Ebene E ?

Ermitteln Sie gegebenenfalls die Parameterwerte dieser Punkte.

3. **Schnittpunkt:** Trifft die Gerade g zu $x = \begin{pmatrix} 2 \\ 8 \\ 6 \end{pmatrix} + t \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \\ 3 \end{pmatrix}$ die Fläche des Parallelogramms,

das vom Eckpunkt $A = \begin{pmatrix} -2 \\ -3 \\ -4 \end{pmatrix}$ aus von den Vektoren $a = \begin{pmatrix} 3 \\ 0 \\ 6 \end{pmatrix}$ und $d = \begin{pmatrix} 1 \\ 6 \\ 2 \end{pmatrix}$ aufgespannt wird? Begründen Sie Ihre Antwort.

4. **Dreiecke:** Untersuchen Sie, ob die drei Geraden g_1, g_2, g_3 ein Dreieck einschließen. Berechnen Sie gegebenenfalls die Eckpunkte.

$$(a) \quad g_1 : x = \begin{pmatrix} 3 \\ -3 \\ 2 \end{pmatrix} + r \begin{pmatrix} 2 \\ 1 \\ -3 \end{pmatrix}; \quad g_2 : x = \begin{pmatrix} 2 \\ 1 \\ -1 \end{pmatrix} + s \begin{pmatrix} 1 \\ -4 \\ 3 \end{pmatrix};$$

$$g_3 : x = \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \\ -1 \end{pmatrix} + t \begin{pmatrix} 1 \\ -1 \\ 0 \end{pmatrix} .$$

$$(b) \quad g_1 : x = \begin{pmatrix} -2 \\ -5 \\ 2 \end{pmatrix} + r \begin{pmatrix} 3 \\ 5 \\ 0 \end{pmatrix}; \quad g_2 : x = \begin{pmatrix} -10 \\ -1 \\ 6 \end{pmatrix} + s \begin{pmatrix} -7 \\ -3 \\ 2 \end{pmatrix};$$

$$g_3 : x = \begin{pmatrix} -1 \\ 1 \\ 3 \end{pmatrix} + t \begin{pmatrix} 2 \\ -1 \\ -1 \end{pmatrix} .$$

Abgabe: Bis Mittwoch, den 05.11.2003, 11.00 Uhr in den Fächern im 2. Stock. Geben Sie bitte jede der Aufgaben auf einem separaten Zettel ab, versehen jeweils mit Name und Übungsgruppe.