

Der Beitrag der Bildungsstandards zum Übergang Sekundarstufe II – Universität

Wolfram Koepf und Jürg Kramer

In diesem Kapitel soll der Beitrag thematisiert werden, den die Bildungsstandards Mathematik für die allgemeine Hochschulreife zur Bewältigung des Übergangs von der Sekundarstufe II an die Hochschule im Rahmen eines mathematikaffinen Studiums aus unserer Sicht leisten können. Dabei werden wir im ersten Teil ausgehend von den gültigen KMK-Beschlüssen die Anforderungen von Seiten der Universitäten diskutieren, die sie an ihre Erstsemesterstudierenden stellt. Im zweiten Teil unseres Beitrags sollen die Chancen aufgezeigt werden, welche durch die Bildungsstandards gegeben werden, um die Wünsche von Hochschulseite zu erfüllen. Dabei wird sich zeigen, dass in den Bildungsstandards noch nicht alle Aspekte befriedigend Berücksichtigung gefunden haben, mögliche Defizite aber im Rahmen der länderspezifischen Ausgestaltungen der Bildungsstandards behoben werden können.

1. Einleitung

In diesem Beitrag formulieren wir unsere Erwartungen und Hoffnungen aus der Sicht der Hochschule entlang der Ziele, die die KMK in ihrem Beschluss vom 09.02.2012 für die gymnasiale Oberstufe vorgibt und, unter Berücksichtigung der Kompetenzorientierung, wie sie mit den Bildungsstandards Mathematik für die Allgemeine Hochschulreife vom 18.10.2012 ihren vorläufig abschließenden Rahmen gefunden hat.

Kompetenzorientiert nennen wir einen Unterricht, der das Ziel verfolgt, dass Schülerinnen und Schüler „[...] kognitiv verankerte (weil wissensbasierte) Fähigkeiten und Fertigkeiten [erwerben], die eine erfolgreiche Bewältigung bestimmter Anforderungssituationen ermöglichen.“ (Lersch, 2010, S. 7). Die Kompetenzorientierung umfasst neben fachlichem Wissen und Können auch Interessen, Werthaltungen sowie soziale Bereitschaften und Fähigkeiten (überfachliche Kompetenzen).

Die von der KMK (2012, S. 9) in den Bildungsstandards formulierten Ziele für die gymnasiale Oberstufe lauten:

- Vertiefung der Allgemeinbildung

- Wissenschaftspropädeutik
- Entwicklung einer allgemeinen Studierfähigkeit.

Im Folgenden werden wir diese drei Aspekte im Hinblick auf den Übergang von der Sekundarstufe II an die Universität genauer erörtern.

2. Anforderungen von Hochschuleseite

Wie einleitend dargelegt, sollen in diesem Abschnitt, angelehnt an die von der KMK formulierten Ziele für die gymnasiale Oberstufe, die Anforderungen von Seiten der Hochschule an Studierende des ersten Semesters, die ein mathematikaffines Studium (z. B. ein Studium der MINT-Fächer) aufnehmen, ausführlicher diskutiert werden.

2.1. Vertiefung der Allgemeinbildung

Nach Winter (1995) ist Mathematikunterricht dadurch allgemeinbildend, dass er drei Grunderfahrungen ermöglicht (ausführlicher siehe im einleitenden Beitrag von Blum):

- (G1) Mathematik als für das Weltverstehen nützliche Disziplin
- (G2) Mathematik als geistige Schöpfung und Welt eigener Art
- (G3) Mathematik als Schule des Denkens und Mittel zur Fähigkeitsentwicklung.

Wir betonen aus der Perspektive der Anforderungen der Universität, dass erst das Zusammenspiel aller drei Grunderfahrungen ein adäquates Bild von Mathematik bei den Schülerinnen und Schülern hervorbringen kann, das es ihnen einerseits ermöglicht, sich bewusst für ein mathematikaffines Studium zu entscheiden, und sie andererseits zusammen mit den noch zu diskutierenden überfachlichen Kompetenzen auch befähigt, sich den Anforderungen eines solchen Studiums zu stellen.

Wir präzisieren nun die Erwartungen der Universität und ordnen sie schwerpunktmäßig den allgemeinen mathematischen Kompetenzen K1 bis K6, den Leitideen L1 bis L5 der Bildungsstandards (zu den Bezeichnungen siehe ebenfalls den einleitenden Beitrag) sowie den Winterschen Grunderfahrungen G1 bis G3 zu.

Wir erwarten von Schülerinnen und Schülern, die ein mathematikaffines Studium an einer Universität aufnehmen:

- Sprachlich-logische Fähigkeiten (K1, K6; G3)
- Solide formale Rechenfertigkeiten, insbesondere in Bruchrechnung, Prozentrechnung, Termumformungen, Potenzrechnung (K5; G2)
- Die Fähigkeit, Beweisnotwendigkeiten zu erkennen und Beweise führen zu können (K1, K2; G2, G3)
- Wissen und Können zu elementaren Funktionen, d.h. Potenzfunktionen, ganzrationalen Funktionen, trigonometrischen Funktionen, Exponentialfunktionen und Lo-

garithmusfunktionen (K3, K4; L4; G1, G2)

- Grundwissen und -können zu Approximationsverfahren, insbesondere zu reellen Zahlen, Nullstellenberechnungen, Flächeninhaltsberechnungen (K5; L1, L2; G2)
- Grundwissen und -können zur mathematischen Modellierung, insbesondere von zufälligen Erscheinungen (K3; L1 bis L5; G1, G2, G3)
- Elementargeometrisches Grundwissen und -können darüber, wie man geometrische Probleme algebraisiert und umgekehrt algebraische Probleme geometrisiert (K2, K4; L2, L3; G2, G3).

2.2. Wissenschaftspropädeutik

An der Universität ist die Beherrschung des Kalküls die Basis für ein erfolgreiches Studium mathematikaffiner Fächer. Dazu tritt aber unverzichtbar das tiefe Verständnis für Begriffe und Konzepte sowie die Fähigkeit, mit diesen Begriffen und Konzepten umgehen zu können und Beziehungen zwischen ihnen herstellen zu können. Begründen und Beweisen spielen dabei eine zentrale Rolle (siehe den Beitrag von Ufer & Kramer). Der Mathematikunterricht muss Schülerinnen und Schüler hierauf vorbereiten, indem er ihnen ermöglicht, tragfähige und vielfältige Grundvorstellungen zu den Unterrichtsgegenständen zu erwerben und diese durch Verknüpfung der Leitideen beim Modellieren, Problemlösen und Beweisen wirksam werden zu lassen. Nur bedeutungshaltiges Wissen ist auf die Dauer lebendiges Wissen. Schrittweise muss eine Vernetzung des Basiswissens erfolgen und sich so zu einer mathematischen Welt im Bewusstsein der Schülerinnen und Schüler aufbauen. Erfahrung und Sicherheit im Umgang mit diesem Wissen entstehen vor allem durch selbstständiges Anwenden in inner- und außermathematischen Zusammenhängen. Gleichzeitig sollen Schülerinnen und Schüler an geeigneten Beispielen erfahren, dass die Mathematik eine lebendige Wissenschaft ist, in der es noch viele ungelöste Probleme gibt, die sich ständig weiterentwickelt und immer neue Anwendungen erfährt, die ihrerseits Impulse zu innermathematischen Entwicklungen geben.

Auf ein spezielles Problem möchten wir an dieser Stelle noch eingehen. Bekanntlich beobachten wir in Deutschland eine extrem breite Streuung der schulischen Leistungen im Sekundarbereich (Autorengruppe Bildungsberichterstattung, 2008). Zugleich zeigen nicht nur die Ergebnisse von TIMSS, PISA und ähnlichen Studien, dass die 25% Leistungstärksten eines Jahrgangs nicht das Spitzenniveau besitzen, das wir brauchen, um in Forschung und Technik langfristig international konkurrenzfähig zu sein. In diesem Zusammenhang wäre sicherlich eine verstärkte und systematische Förderung von mathematisch Interessierten und/oder Begabten fruchtbar. Diesen Ansatz legt auch eine Feststellung aus dem Bericht „Bildung in Deutschland 2010“ nahe, wonach die Fächergruppe Mathematik, Naturwissenschaften bei der Wahl der Studienberechtigten Anteile verloren hat und bei dieser Fachwahl die gewählten schulischen Schwerpunkte (Leistungskurse) eine wichtige Rolle spielen (Autorengruppe Bildungsberichterstattung, 2010).

2.3. Entwicklung einer allgemeinen Studierfähigkeit

Der Mathematikunterricht soll u.E. einen Rahmen und Impulse dafür bieten, dass Schülerinnen und Schüler

- der Mathematik positiv begegnen,
- offen sind auch für spielerische und ästhetische Komponenten mathematischen Tuns,
- bereit sind, sich auf mathematische Probleme mit Beharrlichkeit und Selbstvertrauen einzulassen.

Während die ersten beiden Punkte eher motivationale Aspekte überfachlicher Kompetenzen ansprechen, beinhaltet der letzte Punkt Bereitschaften und Fähigkeiten, die gerade zu Beginn eines mathematikaffinen Studiums von erheblicher Bedeutung sind und nicht selten über Abbruch oder Weiterführung des Studiums entscheiden (siehe Dieter, 2011). Dazu gehören weiterhin

- Selbstorganisation
- Selbsteinschätzung
- Anstrengungsbereitschaft
- Durchhaltevermögen.

Dies sind erfahrungsgemäß keine trivialen Forderungen. Inzwischen wurden an vielen Hochschulen Programme etabliert, die (teilweise von Studierenden höherer Semester durchgeführt) den Studienanfängerinnen und -anfängern helfen sollen, die aufgezählten Kompetenzen zu erwerben. Da diese Kompetenzen keineswegs nur für Studienanfängerinnen und -anfänger, sondern ebenso für Auszubildende bedeutsam sind, sehen wir es als allgemeinbildenden Auftrag der Schule an, dem Erwerb dieser Kompetenzen hinreichende Beachtung zu schenken. Überfachliche Kompetenzen können sehr gut im Kontext fachlicher Lehr- und Lernprozesse erworben werden. Herausfordernde Aufgabenstellungen sind dafür ebenso ein Beispiel wie Gelegenheiten zur Selbstreflexion über das eigene Wissen und Können in mündlicher oder schriftlicher Form.

3. Die Chance der Abiturstandards

Von Seiten der Hochschulen wird die Etablierung von Bildungsstandards für die Allgemeine Hochschulreife begrüßt, da bei konsequenter Implementierung an den Schulen und entsprechender Bezugnahme darauf durch die Hochschulen die Hoffnung besteht, dass sich die Diskrepanz zwischen den Erwartungen der Hochschulangehörigen und den Fähigkeiten der Studienanfängerinnen und -anfänger verringert. Die Chance der neuen Bildungsstandards Mathematik besteht also darin, dass bei deren Umsetzung in den einzelnen Ländern der Bildungsabschluss Abitur im Fach Mathematik in Deutschland auf eine möglichst ein-

heitliche und verlässliche Basis gestellt wird. Es ist nun Aufgabe der Länder, die zum Teil offen gehaltenen Bildungsstandards in ihren Lehrplänen oder Kerncurricula möglichst konkret auszugestalten. Dabei ist es hilfreich, dass die Bildungsstandards für die Allgemeine Hochschulreife unmittelbar an die Bildungsstandards zum Mittleren Bildungsabschluss anknüpfen (KMK 2012, S. 10): „Die Bildungsstandards für die Allgemeine Hochschulreife sind eine direkte und organische Fortführung der Bildungsstandards für den Mittleren Schulabschluss. Die in der Sekundarstufe I erworbenen Kompetenzen sind unverzichtbare Grundlage für die Arbeit in der Sekundarstufe II. Sie werden dort beständig vertieft und erweitert und können damit auch Gegenstand der Abiturprüfung sein.“

3.1. Aspekte der Konkretisierung der Bildungsstandards

Aus Sicht der Mathematik-Kommission Übergang Schule–Hochschule der drei Fachverbände Deutsche Mathematiker-Vereinigung (DMV), Gesellschaft für Didaktik der Mathematik (GDM) und Deutscher Verein zur Förderung des mathematisch-naturwissenschaftlichen Unterrichts (MNU) bieten die Bildungsstandards prinzipiell eine gute Ausgangslage für diese noch weitergehende Konkretisierung der zu erwerbenden inhalts- und prozessbezogenen Kompetenzen im Fach Mathematik, insbesondere im Hinblick auf die folgenden Aspekte:

- a. Im Rahmen der Leitideen ist eine Unterscheidung zwischen den auszubildenden Grundvorstellungen und den zu erwerbenden kalkülhaften Könnenselementen hilfreich. Eine solche Differenzierung, die in den länderspezifischen Rahmenlehrplänen festgeschrieben werden sollte, erleichtert den Lehrkräften die Unterrichtsgestaltung.

Beispiel: In der Leitidee „Funktionaler Zusammenhang“ werden wichtige Grundvorstellungen wie

- die Ableitung als lokale Änderungsrate (grundlegendes und erhöhtes Anforderungsniveau)
- die Ableitung als lokale lineare Approximation (erhöhtes Anforderungsniveau)

gleichgewichtig in einer Reihe mit kalkülhaften Könnenselementen aufgezählt wie z. B.

- die Produktregel zum Ableiten von Funktionen verwenden.

- b. Die allgemeinen mathematischen Kompetenzen können nur in Verbindung mit den in den Leitideen formulierten inhaltsbezogenen Kompetenzen erworben werden. Daher muss bei der Implementierung der Bildungsstandards neben einer separaten Auflistung der beiden Kompetenzdimensionen der Synthese zwischen diesen eine besondere Aufmerksamkeit gewidmet werden.

Beispielsweise tritt die allgemeine mathematische Kompetenz „Mit symbolischen, formalen und technischen Elementen der Mathematik umgehen“ in allen Leitideen konkret auf. Aber z.B. auch die allgemeine mathematische Kompetenz „Mathematisch modellieren“ sollte in allen Leitideen ebenso ihre Konkretisierung finden.

c. Der Winterschen Grunderfahrung „Mathematik als Schule des Denkens“ (GE2, siehe den einleitenden Beitrag) sollte bei der Implementierung der Bildungsstandards besondere Aufmerksamkeit gewidmet werden. So sind etwa Beweisen und Begründen mathematische Kerntätigkeiten, die in allen Leitideen prägnant verankert werden sollten.

d. Die Leitideen sind auf der Ebene der Bildungsstandards noch nicht ausreichend miteinander vernetzt. Dies sollte in den Lehrplänen der Länder deutlicher geschehen.

Beispiel: Der propädeutische Grenzwertbegriff ist zwar in der Leitidee „Algorithmus & Zahl“ erwähnt, findet aber keine explizite Berücksichtigung in der Leitidee „Funktionaler Zusammenhang“, wo er z. B. im Zusammenhang mit dem Ableitungsbegriff unabdingbar ist.

e. Die Übergänge zwischen grundlegendem und erhöhtem Anforderungsniveau müssen bei der Implementierung der Bildungsstandards sinnhaft ausgestaltet werden. In den Bildungsstandards ist dies noch nicht durchgängig nachvollziehbar.

Beispiel: In der Leitidee „Messen“ ist beispielsweise sehr subtil im grundlegenden Anforderungsniveau der Abstand Punkt/Punkt thematisiert und findet seine genetische Fortsetzung im erhöhten Anforderungsniveau durch den Abstand Punkt/Gerade bzw. Punkt/Ebene im Raum. Demgegenüber wird in der Leitidee „Funktionaler Zusammenhang“ die Logarithmus-Funktion im erhöhten Anforderungsniveau sowohl als Stammfunktion von $f(x) = \frac{1}{x}$ als auch als Umkehrfunktion der Exponentialfunktion behandelt, während sie im grundlegenden Anforderungsniveau gar nicht vorkommt. (Man könnte die Logarithmusfunktion im grundlegenden Anforderungsniveau im Rahmen der Integration von Funktionen mittels Stammfunktionen einführen und im erhöhten Anforderungsniveau weitere Eigenschaften wie z. B. den Zusammenhang zur Exponentialfunktion behandeln.)

f. Sowohl für die Lehrkräfte an den Schulen als auch für die Hochschulseite ist eine möglichst umfassende Konkretisierung der verpflichtenden Inhalte in den Bildungsstandards von großer Bedeutung. Beispielsweise muss auf beiden Seiten bekannt sein, welche Funktionenklassen in der Sekundarstufe II verpflichtend zu unterrichten sind. Wie bereits gesagt, erwartet die Hochschulseite Wissen und Können zu elementaren Funktionen, d. h. Potenzfunktionen, ganzrationalen Funktionen, trigonometrischen Funktionen, Exponential- und Logarithmusfunktionen. Diese Funktionenklassen sollten in den länderspezifischen Ausgestaltungen der Bildungsstandards verpflichtend verankert werden.

g. Digitale Werkzeuge bieten vielfältige Potenziale, die in den Bildungsstandards (KMK 2012, S. 12 f.) genannt werden. Beispielsweise können reale Daten stärker in den Unterricht einbezogen und umfangreiche Kalküle vom Werkzeug übernommen werden. Es besteht aber auch die Gefahr, dass händische Fertigkeiten und das Verständnis für die ausgeführten Algorithmen verloren gehen. Während wir den intelligenten Einsatz digitaler Mathematik-Werkzeuge begrüßen (vgl. die diesbezüglichen Kapitel von Barzel & Greefrath sowie Elschenbroich), möchten wir jedoch betonen: Digitale Mathematik-Werkzeuge ersetzen nicht das händische

Rechnen, sondern ergänzen dies in geeigneter Weise.

3.2. Aspekte der schriftlichen Abiturprüfung

Die Einheitlichen Prüfungsanforderungen (EPA), die durch die Bildungsstandards abgelöst wurden, sollen die Ausgestaltung der Abiturprüfung gemäß den Ideen und Zielen der Bildungsstandards regeln; hier muss sichergestellt werden, dass die Prüfungsanforderungen die Bildungsstandards nicht aushebeln. In (KMK, 2012, S. 30) ist geregelt: „Die Prüfungsaufgabe bezieht sich auf mindestens zwei der in den Bildungsstandards genannten mathematischen Sachgebiete Analysis, Lineare Algebra & Analytische Geometrie und Stochastik. Mindestens ein Drittel der Anforderungen muss sich auf Analysis beziehen. Keines der beiden anderen Sachgebiete wird über mehrere Jahre von den Prüfungsaufgaben ausgeschlossen.“ Prinzipiell ist es somit weiterhin möglich, dass trotz der großen Bedeutung der Stochastik für Fach, Allgemeinbildung und Arbeitswelt dieses Thema im Abitur nicht vorkommt. Aus Hochschulsicht wäre es demgegenüber sehr wichtig, dass alle drei oben genannten Sachgebiete des Mathematikunterrichts gleichwertig in der schriftlichen Abiturprüfung behandelt werden, weil alle drei Gebiete wichtige Voraussetzungen in allen mathematikaffinen Studiengängen sind. Es ist zu hoffen, dass alle Bundesländer bei ihren Ausgestaltungen der Abiturprüfungen diese Einschätzung berücksichtigen und damit dem von Hochschuleseite geäußerten Wunsch einer gleichwertigen Behandlung von Analysis, Linearer Algebra & Analytischer Geometrie sowie von Stochastik nachkommen. Insgesamt würde sich damit durch die Ablösung der EPA durch die Bildungsstandards ein zusätzlicher Fortschritt ergeben.

4. Literaturverzeichnis

Autorengruppe Bildungsberichterstattung (2008): Bildung in Deutschland 2008. Ein indikatorengestützter Bericht mit einer Analyse zu Übergängen im Anschluss an den Sekundarbereich I. Im Auftrag der Ständigen Konferenz der Kultusminister der Länder in der Bundesrepublik Deutschland und des Bundesministeriums für Bildung und Forschung. W. Bertelsmann Verlag GmbH & Co. KG, Bielefeld.

Autorengruppe Bildungsberichterstattung (2010): Bildung in Deutschland 2010. Ein indikatorengestützter Bericht mit einer Analyse zu Perspektiven des Bildungswesens im demografischen Wandel. Im Auftrag der Ständigen Konferenz der Kultusminister der Länder in der Bundesrepublik Deutschland und des Bundesministeriums für Bildung und Forschung. W. Bertelsmann Verlag GmbH & Co. KG, Bielefeld.

Dieter, M. (2011): Studienabbruch und Studienfachwechsel in der Mathematik: Quantitative Bezeichnung und empirische Untersuchung von Bedingungsfaktoren. Dissertation, Fakultät für Mathematik der Universität Duisburg-Essen.

KMK (2012): Bildungsstandards im Fach Mathematik für die Allgemeine Hochschulreife (Beschluss der Kultusministerkonferenz vom 18.10.2012).

Lersch, R. (2010): Wie unterrichtet man Kompetenzen? Didaktik und Praxis kompetenzfördernden Unterrichts. Hessisches Kultusministerium, Institut für Qualitätsentwicklung, Wiesbaden.

Winter, H. (1995): Mathematikunterricht und Allgemeinbildung. In: Mitteilungen der Gesellschaft für Didaktik der Mathematik, 61, 37 - 46.