

# Mathe ist überall



Auch im aktuellen Schwerpunktjahr der Universität Kassel steht die Mathematik zusammen mit den Naturwissenschaften im Blickpunkt. Die nächsten Mathematik-Veranstaltungen sind:

Mai 2008	
28. Mai	MathFilm Festival: Eröffnung MathFilm Festival-Rolle (2008) A Beautiful Mind, Spielfilm, 2001)
Juni 2008	
11. Juni	MathFilm Festival 9
18. Juni	MathFilm Festival 9
August 2008	
5.–29. August	IMAGINARY – Eine Ausstellung des mathematischen Forschungs- instituts Oberwolfach

Das gesamte Programm unter [www.uni-kassel.de/go/matheundnaturwissenschaften](http://www.uni-kassel.de/go/matheundnaturwissenschaften)

Und wirklich lebenswichtig kann es beispielsweise werden, wenn Sie erkrankt sind und nur ein Computertomogramm (CT) eine verlässliche Diagnose erbringen kann. Damit Sie bei einem CT nicht verstrahlt werden, werden nur schichtenweise Röntgenstrahlen angewendet. Wie aber lassen sich aus dieser Teilinformation die Details des Körperinneren rekonstruieren? Eine Variante des heute verwendeten mathematischen Verfahrens, das fest integrierter Bestandteil jedes Computertomographen ist, wurde von dem österreichischen Mathematiker Radon bereits im Jahre 1917 im Rahmen von Grundlagenforschung entwickelt, lange bevor CT ein Thema war. Ohne dieses Verfahren würde noch heute die Berechnung eines Einzelbildes einer CT auf einem PC 70 Stunden benötigen, was völlig indiskutabel ist. Hier kann Mathematik also wirklich Leben retten!

## Kryptographische Verfahren

Auch am Fachbereich Mathematik der Uni Kassel werden anwendungsbezogene Fragestellungen untersucht: Wir entwickeln moderne kryptographische Verfahren und Computeralgebra-Algorithmen, drei unserer Kollegen haben Projekte am Sonderforschungsbereich TRR 30 „Prozessintegrierte Herstellung funktional gradierter Strukturen auf der Grundlage thermo-mechanisch gekoppelter Phänomene“ der Uni Kassel und arbeiten an Abkühlprozessen bzw. zum Riss- und Ermüdungsverhalten gradierter Materialien, und unsere Didaktik-Kollegen sind aktiv an den PISA-Studien beteiligt, um einige zu nennen.

Der berühmte Mathematiker Godfrey Harold Hardy, der eine Professur an der renommierten Cambridge University innehatte, hat 1940 das folgende Bekenntnis abgelegt: „Ich habe nie etwas gemacht, was ‚nützlich‘ gewesen wäre. Für das Wohlbefinden der Welt hatte keine meiner Entdeckungen – ob im Guten oder Schlechten – je die geringste Bedeutung, und daran wird sich auch vermutlich nichts ändern.“ Nun, er hatte nicht recht, RSA und Co sind Zeugen. Die „reinen“ Mathematiker wie Hardy, die sich nicht mit Anwendungen beschäftigen, hätten gerne eine Garantie dafür, dass ihre Resultate beispielsweise nicht für militärische Zwecke missbraucht werden. Ob aber mathematische Grundlagenforschung irgendwann einmal anwendungsrelevant wird, und falls ja, für welche Anwendungen, lässt sich nicht vorhersagen.

Hochtechnologie, die uns heute umgibt, kommt ohne Mathematik einfach nicht aus. Die betrachtete Auswahl stellt nur einen Bruchteil relevanter Anwendungen dar. Dies ist leider nicht so bekannt wie es sein sollte. Im „Jahr der Mathematik“ versuchen die deutschen Mathematiker, dieses Bild zu korrigieren und die Mitmenschen auf die Bedeutung sowie auch auf die Schönheit ihres Arbeitsgebietes hinzuweisen. Auf [www.jahr-der-mathematik.de](http://www.jahr-der-mathematik.de) werden die vielfältigen Aktivitäten präsentiert. Auch in Kassel beteiligen wir uns im Rahmen des Veranstaltungsschwerpunkts am MathFilmFestival 2008, machen Kinderuni-Vorträge und haben im August die Ausstellung Imaginary zu Gast. Ein letzter Hinweis gilt der Kolumne „Fünf Minuten Mathematik“, in der Zeitung DIE WELT mit einem Archiv unter [www.mathematik.de](http://www.mathematik.de)

**H**aben Sie schon einmal darüber nachgedacht, was alles so abläuft, wenn Sie eine Musik-CD abspielen? Sie denken beim Einschalten eines CD-Players vielleicht an Physik. Es ist Allgemeinwissen, dass zum Lesen der Signale ein Laser eingesetzt wird. Physik also. Jeder denkt auch unwillkürlich an Elektrotechnik, denn es ist eine außergewöhnliche Ingenieurleistung, ein solches Gerät als Massenprodukt herzustellen. Aber wer denkt beim CD-Player schon an Mathematik?

Praktisch jede CD hat Kratzer. Hätten Sie gewusst, dass man damit rechnen muss, dass der Laser bei einer einzigen CD Hunderttausende von Lesefehlern erzeugt? Spielt man die fehlerhaften Sequenzen ab, kommt ein Musikgenuss sicher nicht zustande. Bei einer CD-ROM dürfen sogar überhaupt keine Fehler auftreten, sonst sind die Daten völlig unbrauchbar. Ein Computerprogramm funktioniert nur, wenn jedes einzelne Programmzeichen stimmt. Wie funktioniert die Übertragung in einem CD-Gerät also? Richtig, Sie ahnen nun, in einem CD-Player und in einem CD-ROM-Laufwerk ist *Mathe inside*. Um die vielen Lesefehler zu korrigieren, werden bei CD-Geräten spezielle Read-Solomon-Codes zur Übertragung verwendet. Diese Codes sind sehr effizient – die Fehlerkorrektur muss ja superschnell gehen! – und sind in der Lage, ganze Fehlercluster zu korrigieren – meist sind CDs ja zerkratzt, Fehler treten also in Blöcken auf! Ohne mathematisch hochwertige Fehlerkorrektur kann ein CD-Player wirklich nicht funktionieren.

Na gut, dann nehmen Sie eben einen MP3-Player, das wird schon ohne Mathematik gehen, oder? Weit gefehlt. Hier ist zwar das Lesen kein Problem, da ein MP3-Player direkt mit einem (hoffentlich fehlerfrei arbeitenden) Speichermedium arbeitet. Damit aber auf den Speicherstick möglichst viel Musik passt, müssen die Musikstücke *komprimiert* werden. Das MP3-Kompressionsverfahren wurde von deutschen Wissenschaftlern am Fraunhofer-Institut für Integrierte Schaltungen in Erlangen erfunden und ist inzwischen ein Weltstandard. MP3 ist also die Abkürzung für das mathematische Verfahren der verwendeten Kompression, was auch auf dem Werbeposter zum Jahr der Mathematik „Du hörst mehr Mathe, als du denkst“ thematisiert wird.

## Platz sparen im Speicher

Besitzen Sie eine Digitalkamera? Und haben Sie schon einmal darauf geachtet, dass die abgespeicherten Bilder die Endung JPG haben? Hinter diesem Kürzel verbirgt sich ebenfalls ein spezielles mathematisches Kompressionsverfahren. Warum Bilder unbedingt komprimiert werden müssen, wollen wir einmal ausrechnen. Stellen Sie sich also einmal vor, Sie wollen ein Bild in A4-Größe gestochen scharf drucken. Hierzu müssen sowohl in horizontaler als auch in vertikaler Richtung pro cm mindestens 118 Einzelpunkte gedruckt werden. Dies entspricht 300 dpi (dots per inch) – Rechnen Sie nach! Dann kann man praktisch nicht mehr sehen, dass das Bild aus Punkten zusammengesetzt ist. Da DIN A4 genau 21 cm breit und 29,7 cm lang ist, benötigen wir hierfür  $21 \cdot 118 \cdot 29,7 \cdot 118 = 8.684.399$  einzelne Punkte, also knapp 9 Megapixel. Wenn Sie schließlich (bei 16,7 Millionen verschiedenen Farben!) den Farbcode jedes Punktes abspeichern, werden für jedes Pixel 3 Zeichen benötigt, so dass

ein einziges Bild bereits 26 Millionen Zeichen oder 26 Megabyte Speicherplatz beansprucht. Wird dasselbe Bild dagegen mit dem JPG-Format komprimiert, so ist der Platzbedarf bei gleicher Qualität nur noch etwa 3 Megabyte, eine Riesenersparnis!

Während die oben besprochenen mathematischen Verfahren entwickelt wurden, um konkrete Anwendungsprobleme zu lösen, ist dies bei Bankgeschäften im Internet ganz anders. Beteiligen Sie sich am *Online-Banking*? Falls ja, überprüfen Sie bitte, ob die Adresse des Online-Banking-Portals Ihrer Bank mit https beginnt. Das „s“ ist hierbei besonders wichtig, denn es steht für „sicher“. Auf einer Adresse ohne https kann ich Ihnen nur empfehlen, Ihr Passwort nicht abzuschicken. Das Internet ist ein offenes System und jede Übertragung kann im Prinzip abgehört werden. Auf einer sicheren Internetseite (mit https) aber wird ein modernes Verschlüsselungsverfahren verwendet, das Rivest, Shamir und Adleman im Jahr 1978 gefunden haben und welches daher RSA-Verfahren heißt. Die drei Forscher hatten damals bei ihrer Entdeckung nicht das Internet im Sinn, aber sie haben das Anwendungspotential ihrer Methode sofort erkannt und eine Firma gegründet. Das RSA-Verfahren beruht dabei auf Eigenschaften von Primzahlen, die man bereits seit über 300 Jahren kennt. Uralte Grundlagenforschung also, die ohne Vorwarnung ganz plötzlich anwendungsrelevant wurde.

Nun können Sie einwenden, dass Musik und Kunst zwar schön, aber nicht lebenswichtig seien. Aber dass Ihr Bankkonto – bei entsprechender Sorgfalt, wenn Sie also nicht auf die Tricks der Phishing-Betrüger hereinfallen! – weder eingesehen noch geplündert werden kann, hat eine gewisse praktische Relevanz, die sich nicht abstreiten lässt.

