

Numerik für Ingenieure (Höhere Mathematik IV)

Aufgabenblatt 1

Aufgabe 1

Bestimmen Sie für die Stützstellen

$$\frac{k}{x_k} \left| \begin{array}{cccc} 0 & 1 & 2 & 3 \\ -1 & 0 & 1 & 2 \end{array} \right.$$

das Interpolationspolynom $p \in \Pi_3$ mit $p(x_k) = f_k$, $k = 0, 1, 2, 3$ mittels des naiven Ansatzes für die beiden Fälle

$$\frac{k}{f_k} \left| \begin{array}{cccc} 0 & 1 & 2 & 3 \\ -4 & -1 & 0 & 5 \end{array} \right. \quad \text{und} \quad \frac{k}{f_k} \left| \begin{array}{cccc} 0 & 1 & 2 & 3 \\ 11 & 5 & 3 & 5 \end{array} \right.$$

Aufgabe 2

a) Welche der im folgenden gegebenen Vektoren sind linear abhängig?

$$(i) \begin{pmatrix} 3 \\ 0 \\ -1 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 1 \\ 28 \\ 4 \end{pmatrix} \quad (ii) \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ -3 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} -11 \\ 7 \\ 4 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 8 \\ -15 \\ 3 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ -1 \end{pmatrix} \quad (iii) \begin{pmatrix} 7 \\ -12 \\ 25 \\ 1 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}.$$

b) Man bestimme das $\alpha \in \mathbb{R}$, für das die folgenden Vektoren linear abhängig sind:

$$\mathbf{v}_1 = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix}, \quad \mathbf{v}_2 = \begin{pmatrix} -1 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix}, \quad \mathbf{v}_3 = \begin{pmatrix} 0 \\ 2 \\ \alpha \end{pmatrix}.$$

Für dieses α stelle man \mathbf{v}_j ($j = 1, 2, 3$) jeweils als Linearkombination der anderen Vektoren \mathbf{v}_k ($k \neq j$) dar.

Aufgabe 3

a) Man bestimme die Fläche F des durch die Vektoren

$$\mathbf{u} := \begin{pmatrix} 1 \\ 3 \\ 6 \end{pmatrix} \quad \text{und} \quad \mathbf{v} := \begin{pmatrix} 3 \\ 2 \\ 2 \end{pmatrix}$$

im \mathbb{R}^3 aufgespannten Parallelogrammes.

b) Man bestimme die Fläche D des Dreiecks im \mathbb{R}^3 mit den Eckpunkten $(1, 0, -1)^T$, $(2, 3, 5)^T$ und $(4, 2, 1)^T$.

c) Man bestimme das Volumen V des durch die Vektoren

$$\mathbf{u} = \begin{pmatrix} 1 \\ 3 \\ 6 \end{pmatrix}, \quad \mathbf{v} = \begin{pmatrix} 3 \\ 2 \\ 2 \end{pmatrix} \quad \text{und} \quad \mathbf{w} = \begin{pmatrix} -2 \\ 8 \\ 7 \end{pmatrix}$$

im \mathbb{R}^3 aufgespannten Spates.

Aufgabe 4

Gegeben ist das lineare Gleichungssystem $\mathbf{A}\mathbf{x} = \mathbf{b}$ mit

$$\mathbf{A} = \begin{pmatrix} 1 & 2 & -1 & -1 \\ 2 & 5 & 1 & 1 \\ 3 & 7 & 2 & 2 \\ -1 & 0 & 1 & \alpha \end{pmatrix}, \quad \mathbf{b} = \begin{pmatrix} 0 \\ 2 \\ \beta \\ 16 \end{pmatrix}.$$

- a) Für welche Werte von α und β besitzt dieses Gleichungssystem
 - (i) eine eindeutige Lösung, (ii) keine Lösung, (iii) unendlich viele Lösungen?
- b) Für den Fall, dass $\mathbf{A}\mathbf{x} = \mathbf{b}$ eindeutig lösbar ist, gebe man die Lösung in Abhängigkeit von den Parametern α, β an.
- c) Man gebe eine Lösungsdarstellung für den Fall (iii) von unendlich vielen Lösungen an.

Abgabe: Dienstag, 24.4.07 in der Vorlesung

Besprechung: Donnerstag, 3.5.07