**Fachbereich Mathematik und Informatik** **SoSe 2007**
Prof. Dr. Andreas Meister

# Numerik für Ingenieure (Höhere Mathematik IV)

## Aufgabenblatt 3

**Aufgabe 1**
Ermitteln Sie einen quadratischen Spline $s$ auf dem Intervall $[1,4]$ derart, dass der Spline interpolierend bezüglich der Stützpunkte

| $k$ | 0 | 1 | 2 |
|---|---|---|---|
| $x_k$ | 0 | 1 | 2 |
| $f_k$ | 2 | 5 | 15 |

ist und zudem

$$s'(x_0) = 2$$

erfüllt.

**Bemerkung:**
Ein Spline $s$ heißt quadratisch, wenn auf jedem Teilintervall $[x_k, x_{k+1}]$, $k = 0, 1, \ldots, n$

$$s \in \Pi_2$$

gilt und $s$ auf $]x_0, x_n[$ stetig differenzierbar ist.

**Aufgabe 2**
Gegeben seien die Werte

$$\begin{array}{rrcrcrcr} & x_0 & = & 100 & \text{mit} & p(x_0) & = & -1, \\ & x_1 & = & 101 & \text{mit} & p(x_1) & = & 2 \\ \text{und} & x_2 & = & 102 & \text{mit} & p(x_2) & = & -1. \end{array}$$

Gesucht ist das quadratische Interpolationspolynom $p(x) = a_0 + a_1 x + a_2 x^2$ zu den gegebenen Werten.

a) Schreiben Sie die resultierenden Gleichungen als lineares Gleichungssystem.
b) Lösen Sie das entstandene Gleichungssystem durch Gauß-Elimination.
c) Wiederholen Sie die Schritte aus a) und b) für das Interpolationspolynom in der Form $p(x) = b_0 + b_1(x - x_2) + b_2(x - x_2)^2$.

**Aufgabe 3**
Man entwickle eine Quadraturformel $Q$

$$Q(f) = g_0 f(x_0) + g_1 f(1) \approx \int_0^1 f(x)\, dx,$$

die Polynome von möglichst hohem Grad exakt integriert.

**Aufgabe 4**
Gegeben sei die Funktion $f(x) = \sqrt{4 - x^2}\,.$

a) Man bestimme $\int\limits_0^1 f(x)\,dx$ exakt.

b) Man berechne mit der Trapezregel einen Näherungswert für $\int\limits_0^1 f(x)\,dx\,.$

c) Man führe eine Fehlerabschätzung für den Näherungswert durch und vergleiche diese mit dem tatsächlichen Fehler.

**Abgabe: Dienstag, 29.5.07 in der Vorlesung**
**Besprechung: Dienstag, 12.6.07**