

Numerik für Ingenieure (Höhere Mathematik IV)

Aufgabenblatt 5

Aufgabe 1

Gegeben sei die Matrix

$$\mathbf{A} = \frac{1}{4} \begin{pmatrix} 2 & -1 & 0 \\ -1 & 2 & -1 \\ 0 & -1 & 2 \end{pmatrix}.$$

Untersuchen Sie das Jacobi-Verfahren und das Gauß-Seidel-Verfahren auf Konvergenz.

Aufgabe 2

Bestimmen Sie eine LR-Zerlegung der Matrix

$$\mathbf{A} = \begin{pmatrix} 2 & 0 & 1 \\ 6 & 1 & 7 \\ 8 & 5 & 27 \end{pmatrix}$$

und lösen Sie unter Verwendung dieser Zerlegung das lineare Gleichungssystem

$$\mathbf{Ax} = \begin{pmatrix} 5 \\ 29 \\ 99 \end{pmatrix}.$$

Aufgabe 3

Gegeben sei die Matrix

$$\mathbf{A} = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 0 \\ 1 & 1 & 1 \\ 1 & 0 & 0 \end{pmatrix}.$$

- Zeigen Sie, dass die Matrix \mathbf{A} regulär ist.
- Zeigen Sie, dass keine LR-Zerlegung der Matrix \mathbf{A} existiert.
- Bestimmen Sie eine Permutationsmatrix \mathbf{P} derart, dass \mathbf{PA} eine LR-Zerlegung besitzt.
- Berechnen Sie mittels der LR-Zerlegung von \mathbf{PA} die Lösung des Gleichungssystems

$$\mathbf{Ax} = \begin{pmatrix} 18 \\ 19 \\ 3 \end{pmatrix}.$$

Aufgabe 4

Wir betrachten lineare Gleichungssysteme der Form $\mathbf{Ax} = \mathbf{b}$. Untersuchen Sie das Jacobi-Verfahren auf Konvergenz für die Matrizen

$$\text{a) } \mathbf{A} = \begin{pmatrix} 4 & -2 & 0 \\ -3 & 6 & -3 \\ -1 & -2 & 3 \end{pmatrix}$$

$$\text{b) } \mathbf{A} = \begin{pmatrix} 10 & 1 & 2 & 3 \\ -3 & 10 & 1 & 1 \\ 0 & -2 & 10 & 1 \\ 0 & -2 & 3 & 10 \end{pmatrix}$$

Abgabe: Dienstag, 26.6.07 in der Vorlesung

Besprechung: Dienstag, 3.7.07