

# Numerik für Ingenieure (Höhere Mathematik IV)

## Aufgabenblatt 3

### Aufgabe 1

Ermitteln Sie einen quadratischen Spline  $s$  auf dem Intervall  $[0, 2]$  derart, dass der Spline interpolierend bezüglich der Stützpunkte

$k$	0	1	2
$x_k$	0	1	2
$f_k$	2	5	15

ist und zudem

$$s'(x_0) = 2$$

erfüllt.

### Bemerkung:

Ein Spline  $s$  heißt quadratisch, wenn auf jedem Teilintervall  $[x_k, x_{k+1}]$ ,  $k = 0, 1, \dots, n$

$$s \in \Pi_2$$

gilt und  $s$  auf  $]x_0, x_n[$  stetig differenzierbar ist.

### Aufgabe 2

Gegeben sei die Funktion  $f(x) = 2^{\cos(\frac{\pi}{2}x)}$  sowie das Intervall  $[-1, 1]$ . Man berechne den kubischen Spline  $s$  zu obigem Intervall bezüglich der Stützstellen  $x_0 = -1$ ,  $x_1 = 0$ ,  $x_2 = 1$  unter Berücksichtigung der Randbedingungen  $s''(x_0) = s''(x_2) = 0$  (natürlicher Spline).

### Aufgabe 3

Man entwickle eine Quadraturformel  $Q$

$$Q(f) = g_0 f(x_0) + g_1 f(1) \approx \int_0^1 f(x) dx,$$

die Polynome von möglichst hohem Grad exakt integriert.

### Aufgabe 4

Gegeben sei die Funktion  $f(x) = \sqrt{4 - x^2}$ .

a) Man bestimme  $\int_0^1 f(x) dx$  exakt.

b) Man berechne mit der Trapezregel einen Näherungswert für  $\int_0^1 f(x) dx$ .

- c) Man führe eine Fehlerabschätzung für den Näherungswert durch und vergleiche diese mit dem tatsächlichen Fehler.

**Abgabe:** Dienstag, 18.5.10 bis 16:00 Uhr in einem Abgabeschrank im INCON-Gebäude

**Besprechung:** Dienstag, 1.6.10